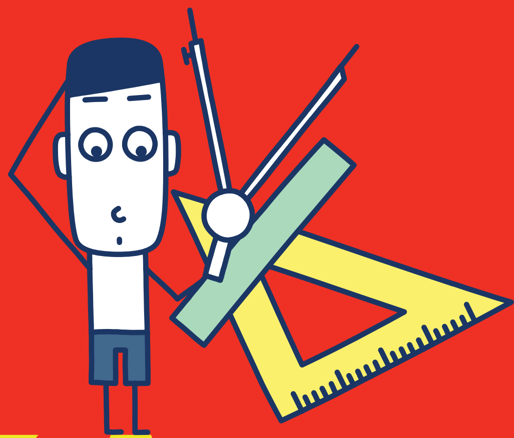


MATE MATIKA, *která baví*

HEJNÉHO METODA

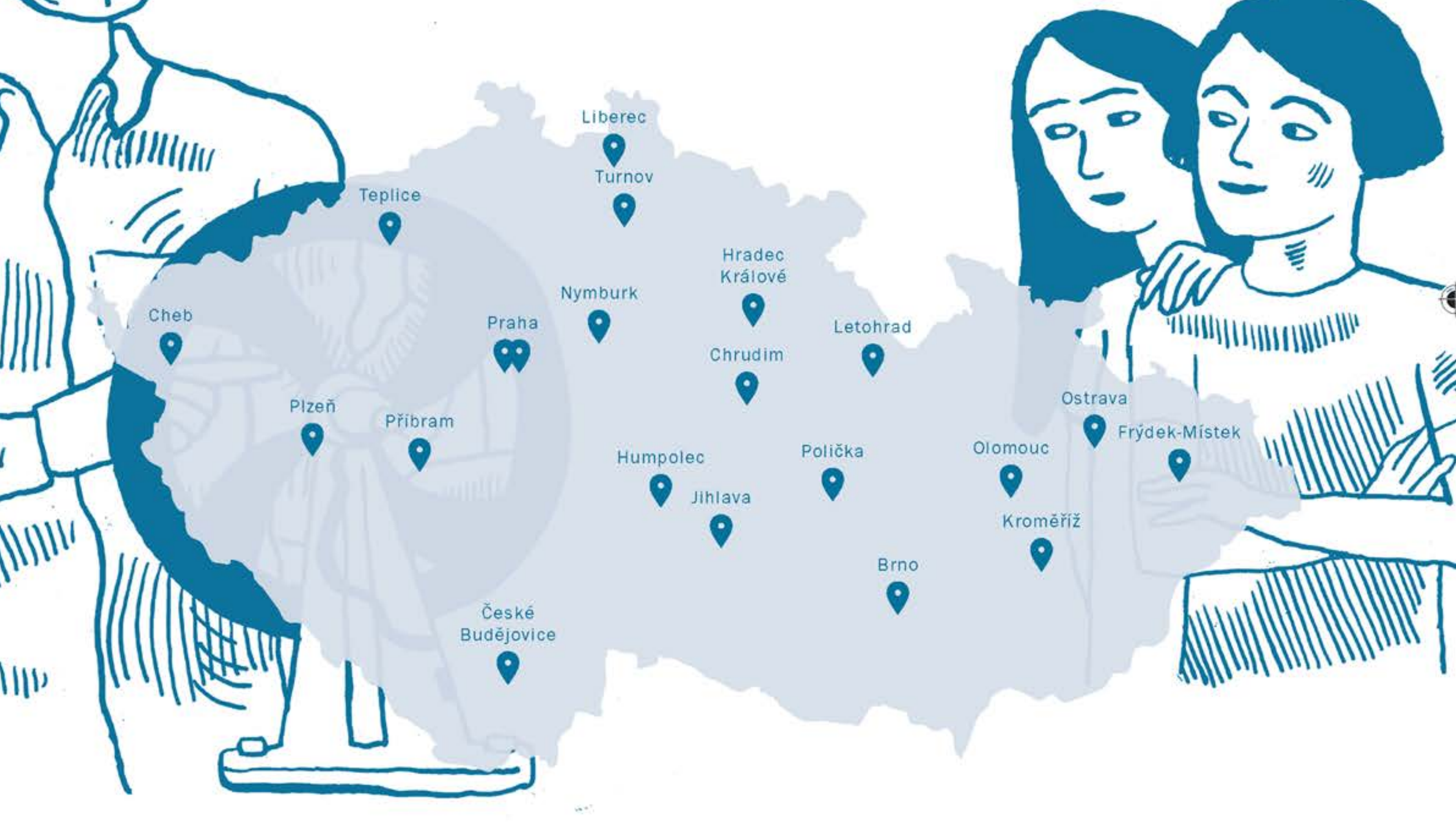
Zasloužená radost z poznávání

Nadace Depositum Bonum

PRO RADOST Z POZNÁVÁNÍ

Dokud žáky ve školách nezačnou bavit technické a přírodovědné obory, budou v Česku chybět kvalifikovaní pracovníci a vědci. A bez nich ztrácíme šanci na ekonomický růst země.

Nadace Depositum Bonum, kterou založila Česká spořitelna a věnovala jí nevyzvednuté peníze ze zrušených anonymních vkladních knížek, proto podporuje učitele, kteří svůj předmět vyučují s důrazem na praktické znalosti a usilují o rozvoj dětí.



Po celém Česku jsme založili **21 regionálních center** pro učitele fyziky. Na pravidelných setkáních si učitelé zkouší nové pokusy, vyměňují zkušenosti a získávají cenné rady, jak zkvalitnit výuku.

Svou dlouhodobou podporou umožňujeme rozvoj **Hejného metody výuky matematiky** a její rozšiřování na další školy.

Jako generální partner vědomostní soutěže **Eurorebus** podporujeme vzdělávání herní formou.

Nadace Depositum Bonum
www.nadacedb.cz

MATEMATIKA,
která baví

Držíte v rukou seriál o výuce matematiky Hejného metodou, který vypracovali lektoři H-mat, o.p.s. ve spolupráci s MF Dnes. Tento seriál vyšel postupně v deníku MF Dnes v září 2015. Přejeme vám i vašim dětem či vnoučatům radost z řešení úloh.

Obsah

Děti jsou přirozeně zvídavé, rády tvoří a objevují svět. Přesně to naplňuje i matematika prof. Hejného. Děti nejsou příjemci hotových poznatků, algoritmů, vzorců či pouček, ale samy aktivně zkoumají, a postupně tak poznávají celý svět matematiky.

Lenka Syrová
učitelka matematiky na Masarykově ZŠ a MŠ v Českém Těšíně

Díky metodě mám k matematice velmi kladný vztah a v podstatě se jí živím doteď. Později jsem neměl problémy s předměty založenými na matematice, ale naopak s těmi, kde bylo třeba tvrdě memorovat údaje bez jakýchkoliv logických vztahů.

Peter Palušák
bývalý žák ZŠ Hočiminova (Haanova) v Bratislavě, nyní softwarový inženýr

Hejného metoda

Naučte se matematiku bez biflování a strachu

Možná jste odmaturovali z matematiky na výbornou a třeba vás žádný příklad nezaskočí. Jestli však chcete navštívit svět matematiky podle profesora Hejného, nechte své poučky za dveřmi. Násobilka, vzorce a číslice tu nejsou tak důležité, navrch má radost z poznávání. A vládnou tu vaše děti.

Vzdát se dobrovolně autority a jako host opatrně vstoupit do hájemství dětí bývá pro rodiče těžké rozhodnutí. O kolik těžší to asi je pro učitele?

A přesto to v matematice funguje, dokonce lépe, než byste se kdy odvážili představit. Stačí si vyslechnout vyprávění sestry Hedviky, učitelky matematiky na brněnské Cyrilometodějské základní škole.

Charakterizovat ji jako excelentní počtářku by bylo troufalé, přesto její žáci ovládají matematiku skvěle. A co víc, baví je a jsou ochotni řešit si příklady jen tak o prázdninách, o přestávkách, ve volných chvílích, po škole.

To proto, že je sestra Hedvika učí hravě a radostně, jak doporučuje profesor Milan Hejný, jehož metodu využívá. „Hodiny jsou naplněny intenzivní prací dětí, postupným budováním jejich matematických dovedností, poznáváním a chápáním zákonitostí a především velkou radostí z nově objeveného," líčí řádová sestra, která školáky vlastně neučí.

Ona je spíš jen jako trpělivá průvodkyně uvádí do jednotlivých zákoutí matematiky, v nichž děti samy poznávají a učí se vztahy, principy a postupy. Že u toho chybují? A co má být! A že občas pochybí i učitelka? Klidně, vždyť jak poučné je pro její žáky, když spolu omyl objeví a napraví.

Poučky otravují, chyby inspirují

Možná vás taková představa pedagoga vyděsila – žádné poučky, žádná připravená schémata řešení a chybování je téměř vítáno.

Pak se tedy nechte uklidnit slovy profesora Hejného: „Představte si, že bychom učili batole chodit tak, že bychom mu to předváděli a zároveň mu zakázali padat. Ale když je dítěti sedm let, ukazujeme mu, jak se sčítá, a káráme ho, když počítá chybně."

Dítěti matematiku zaručeně otrávíme, když ho budeme zahlcovat pojmy, poučkami a definicemi. „Rozvoj dítěte naopak urychlíme, když mu dáme úlohy, čas a povzbuzujeme ho," vysvětluje rodičům profesor, který dává před drilováním přednost intuitivnímu vnímání matematiky.

Zdroj: MF Dnes

Schopnost spočítat příklady je jen malou částí toho, co jsem se na hodinách matematiky naučil. Hejného metoda podporuje aktivitu, samostatné hledání podstaty věcí a logických vztahů.

Boris Ballo
bývalý žák Základní školy Košická v Bratislavě, absolvent Stavební fakulty Slovenské vysoké školy technické

Hejného metoda vede děti k tomu, že samy postupně objevují zákonitosti matematiky, a to hravou formou. Malé děti nesmírně motivuje, když ve 2. třídě probírají něco, nad čím jejich rodiče udiveně kroutí hlavou. V tu chvíli je důležité nepropadnout panice a nesnažit se dítěti začít vnucovat „tradiční" metody výuky.

Jakub Šebek
otec čtyř dětí, které se učí nebo učily matematiku podle prof. Hejného

Pokud o metodě, podle níž se učí přibližně na osmi stovkách českých škol, dál pochybujete, dopřejte sluchu rodičům, jejichž děti prošly či procházejí výukou podle Hejného. Jako je tomu v rodině Jakuba Šebka z Brna.

Všichni jeho čtyři potomci mají s Hejného matematikou osobní zkušenost. „Jsem přesvědčen, že děti tento způsob mnohem víc baví a také si toho víc zapamatují. Možná nepostupují zpočátku tak rychle, ale v určité chvíli se jim poznatky začnou samy spojovat do logických celků, takže po pěti letech prvního stupně mají v matematice větší přehled a jasno," je přesvědčen Jakub Šebek.

Aby svoje slova co nejlépe ilustroval, přidává jeden zážitek. Zní až neuvěřitelně. „Když si děti ve třetí třídě mohly samy zvolit, který předmět chtějí místo nečekaně odpadlé hodiny angličtiny, vybraly si matematiku, přestože v nabídce byl i tělocvik nebo výtvarná výchova," vypráví. Skoro sci-fi, že?

Jedno povolené řešení neexistuje

Jenže takové nadšení pro počty se nerodí samo, a už vůbec ne jednoduše. Pro učitele i rodiče je rozhodně pohodlnější, když do dětí „vtlučou" poučky, vzorce a pravidla, které pak při pětiminutovkách vyzkouší.

Kdo (se) chce učit metodou profesora Hejného, musí být srozuměn s dětskou imaginací a kreativitou. Jedno povolené schéma řešení tu neexistuje.

„Metoda není tak náročná na přípravu učitele, jako spíš na vlastní průběh hodin a hodnocení práce dětí. Učitel se setkává s různými způsoby řešení, což ho nutí o zákově práci přemýšlet," odpovídají tvůrci metodických příruček na opakující se dotazy pedagogů.

Co platí pro učitele, platí i pro rodiče. Buďte tedy připraveni, že to možná bude zdlouhavé učení, někdy až moc, zato výsledky budou trvalé.

„Rodiče musí dětem věřit, dítě totiž potřebuje cítit bezpečí a zájem, hledá oporu a dobrou atmosféru," objasňuje Tomáš Rychecký, ředitel obecně prospěšné společnosti H-mat, která se věnuje rozvoji Hejného metody.

Vaše děti nejsou kalkulačky

Když už se s dětmi vydáte na cestu profesora Hejného, nesrovnávejte výkony svých potomků s těmi od sousedů. „Tradičně vedení žáci znají naučené postupy a bývají rychlejší v kalkulacích, naši žáci lépe rozumí pojmům, vztahům, situacím," vysvětluje rozdíly Rychecký.

Jednoduše řečeno, není umění sčítat nebo násobit, to zvládne každá kalkulačka, ale dokázat vyřešit problém. „Hlavní rozdíl je ve vztahu k matematice, ve schopnosti používat metodu pokusu a omylu, analyzovat situaci, komunikovat či formulovat myšlenky a také ve schopnosti spolupracovat," doplňuje výhody Rychecký.

Takže – zkusíte to doma taky?

MAGDALENA NOVÁ
REDAKTORKA TESTU DNES

Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.

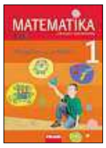
Matematik, odborník na didaktiku matematiky a profesor Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy v Praze rozpracoval metodu výuky matematiky, s níž začal už jeho otec. Ta staví na dětské tvořivosti a přirozené touze poznávat – učitel nechává žáky objevovat a samostatně hledat řešení. Metoda se nyní používá ve více než 800 základních školách.
Podrobnosti o Hejného metodě najdete na www.h-mat.cz.

Knihy

Z čeho (se) učit

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 1/1 a 1/2



Dva díly pracovní učebnice obsahují na spodní liště pokyny pro učitele či rodiče, které vysvětlují detaily cvičení.
Nakladatelství Fraus, cena od 99 Kč

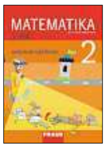
HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 1: pracovní karty

Pracovní karty obsahují doplňující materiál k učebnicím matematiky pro 1. ročník. Na 96 kartách je 190 stran úloh.
Nakladatelství Fraus, cena od 138 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 2/1 až 2/3



Pracovní učebnice pro druhý ročník základní školy je rozdělena na tři díly. První díl obsahuje sadu příloh pro všechny tři pracovní učebnice.
Nakl. Fraus, cena od 65 Kč

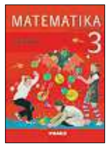
MICHNOVÁ J.

Zábavná matematika

Doplněk pro 2. ročník ZŠ obsahuje 62 stan s úlohami na 31 kartách. Úkoly jsou podávány tak, aby dítě nepotřebovalo pomoc dospělého.
Nakl. Fraus, cena od 59 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J., MICHNOVÁ J.

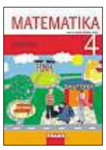
Matematika 3 (učebnice, pracovní sešity)



Pro třetí ročník byla zvolena jedna učebnice a 2 pracovní sešity.
Nakl. Fraus, cena učebnice od 107 Kč, pracovní sešity od 44 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ E.

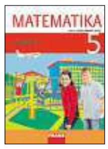
Matematika 4 (učebnice, pracovní sešity)



Učebnice se věnují rovnicím, násobení a dělení, zlomkům či dělitelnosti.
Nakl. Fraus, cena učebnice od 113 Kč, pracovní sešity od 46 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., MICHNOVÁ J., BOMEROVÁ E.

Matematika 5 (učebnice, pracovní sešity)



Učebnice obsahuje také barevné rámečky – zelené s vysvětlujícími texty, červené s mezipředmětovými vztahy a modré s dalšími aktivitami.
Nakl. Fraus, cena učebnice od 108 Kč, pracovní sešity od 44 Kč

Zdroj: MF Dnes

Přirozená, tvůrčí a hravá

V čem je jiná Hejného matematika

Trápili jste se při hodinách matematiky s množinami? Strašily vás pětiminutovky na začátku hodiny? To vše můžete zapomenout, v Hejného matematice budete s dětmi počítat kroky i cestující v autobusu, skládat origami nebo oblékat krychle. Ani u toho nepostřehnete, že se učíte aritmetiku či geometrii.

Zkuste se ve vzpomínkách vrátit do dětství, kdy vás ještě nemusely sužovat pojmy jako násobilka, úhlopříčky, slovní úlohy nebo převody jednotek.

A vzpomínáte si také, jak vás tehdy bavilo vystřihovat ozdobné dečky z papíru, skládat večerníčkovské čapky a parníky, hrát si se stavebnicí nebo hledat tužkou cestu z bludiště?

Aniž jste to tehdy tušili, poznávali jste základní principy matematiky: přirozeně, intuitivně a hravě. Přesně tak, jak by byl profesor Milan Hejný rád, aby se učila matematika na základních i středních školách.

Proto tento vysokoškolský pedagog rozpracoval novou metodu výuky matematiky, s níž kdysi začal už jeho otec Vít Hejný. V čem je tak převratná?

1 Dítě vysvětluje, rodič poslouchá

Její základní princip praví, že vše objevují žáci sami. „Nechte si od své ratolesti vyložit, jak se co řeší. Projevte radost nad tím, když se chlubí, co všechno vyřeší a odhalí. Můžete s dítětem o úlohách rozmlouvat, nebo se i přít, ale musíte mít stále na paměti, že v této dvojici je dítě tím, kdo vysvětluje, a rodič tím, komu je vysvětlováno," zdůrazňuje v Příručce pro rodiče její autorka Pavlína Málková, učitelka matematiky ze základní školy ve Ždírci nad Doubravou.

Tím, že vám bude školák vysvětlovat své matematické objevy, se sám učí. Navíc mu taková znalost natrvalo zůstane v paměti.

2 Rychlost nerozhoduje

I když jsou mnozí učitelé matematiky přesvědčeni, že pro jejich předmět je nejdůležitější rychle a správně počítat, profesor Hejný tvrdí, že klíčové je naučit se myslet.

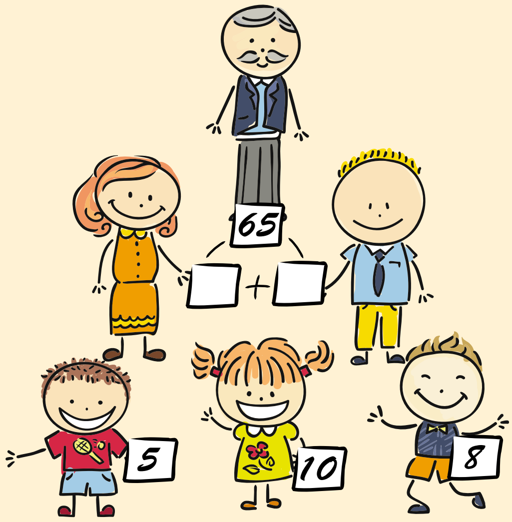
„Rychle a spolehlivě umí počítat každá kalkulačka, tuto schopnost na trhu práce vaše dítě v budoucnu neprodá. Co je a bude stále více žádáno, je schopnost řešit problémy a komunikovat. Metoda profesora Hejného učí obojí," upozorňuje Pavlína Málková.

3 Příklady nesmějí nudit ani děsit

Až se vám dostane do ruky učebnice či pracovní sešity Hejného matematiky, možná vás neobvyklé příklady zaskočí. Někteří rodiče se dokonce začnou obávat, že pro jejich děti je tahle metoda příliš náročná.

UKÁZKOVÉ PŘÍKLADY

Zadání: Hance je 10 let, má dva bratry: Ivana (8 let) a Víta (5 let). Dědovi Adamovi je 67 let a dědovi Blažejovi 65 let. Jejím rodičům je dohromady tolik let jako dědovi Blažejovi. Obě Ivanovy babičky jsou stejně staré a za dva roky oslaví šedesátiny. Cecílie se vdávala jako 20letá. Když jí bylo 21, narodila se jí dcerka.



Zadání: V tělocvičně stálo 27 chlapců v řadě. Pak přiběhla děvčata tak, že se mezi každé dva chlapce postavilo jedno děvče. Ale na obou krajích stáli chlapci.

Hejného metoda v praxi

Za Hejného metodou stojí tým odborníků z obecně prospěšné společnosti H-mat. Jejím cílem je rozvoj matematické gramotnosti žáků pomocí metody, jež se nazývá „matematika orientovaná na budování mentálních schémat".

Opírá se o 12 klíčových principů:

- budování schémat
- práce v prostředích
- prolínání témat
- rozvoj osobnosti
- skutečná motivace
- reálné zkušenosti
- radost z matematiky
- vlastní poznatek
- role učitele
- práce s chybou
- přiměřené výzvy
- podpora spolupráce

Více o Hejného metodě najdete na stránkách www.h-mat.cz. Společnost H-mat podporují Nadace Depositum Bonum, Nadace Karla Janečka a Nadácia Eset.

Zdroj: MF Dnes

Příklady, které najdete v učebnicích prof. Milana Hejného, se na první pohled odlišují od klasických slovních úloh. Většinou v nich jde mnohem víc o logické myšlení a schopnost řešit problém než o komplikované výpočty a sestavování rovnic.
Vypočítejte příklady a porovnejte svůj postup s řešením dětí.

1. Když se manželé Cyril a Cecílie brali, kolik jim bylo dohromady let?

Žák A:
Cecílii bylo 21, když se narodila Hanka ➔ dnes je jí 21 + 10 = 31 let

Cecílie + Cyril = 65 let
65 – 31 = 34 ➔ Cyrilovi je dnes 34 let.

Rozdíl mezi Cecílií a Cyrilem jsou 3 roky.
Cecílii bylo 20, když se vdávala ➔ Cyrilovi bylo 20 + 3 = 23 let

Dohromady 20 + 23 = 43 let

Žák B:
Cecílii bylo 21, když se narodila Hanka ➔ dnes je jí 21 + 10 = 31 let

Cecílie + Cyril = 65 let
65 – 31 = 34 ➔ Cyrilovi je dnes 34 let

Hance je 10 let, rodiče se brali 1 rok před jejím narozením ➔ brali se před 11 lety ➔
Cyril se ženil ve 23 letech

Dohromady 20 + 23 = 43 let

Žák C:
Hance je 10 let, rodiče se brali 1 rok před jejím narozením ➔ brali se před 11 lety.

Od součtu jejich věku nyní (65 let) odečtu 11 let za Cecílii a 11 let za Cyrila ➔
65 – 22 = 43 let

2. Za kolik let bude Hance, Ivanovi a Vítovi dohromady 50 let?

Žák A: vytvoří si tabulku

	Hanka	Ivan	Vít	celkem
nyní	10	8	5	23
za rok	11	9	6	26
za 2 roky	12	10	7	29
za 9 let	19	17	14	50

Žák B:
nevytvoří si tabulku, ale píše pod sebe jen součty:
8 + 10 + 5 = 23
9 + 11 + 6 = 26
...
17 + 19 + 14 = 50

Žák C: Jestliže teď jim je dohromady 23 let, tak do 50 zbývá 27 let. Jsou tři sourozenci, tak 27 mezi sebe rozdělí třemi. Vychází tedy, že za 9 let bude součet jejich věku 50.

3. Kolik bylo děvčat?

Žák A: nakreslí si to a po jednom spočítá:
x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x o x
Chlapců je 27 a dívek 26.

Žák B: představí si, že kluk a holka tvoří dvojici, dvojic je 26 a na konci je lichý kluk
➔ **Dívek je 26.**

Žák C: má zkušenost, že mezi pěti prsty jsou 4 mezery
➔ 5 prstů – 4 mezery
➔ 27 kluků – 26 mezer
➔ **Dívek je 26.**

Tvůrci příkladů ovšem zdůrazňují, že Hejného matematika je přístupná takřka každému. Jistě, jsou děti, kterým spíš vyhovuje naučit se správný postup a ten pak opakovat, jiné se lépe učí samostatně, někteří školáci mají dobře vyvinutou a rozvinutou matematickou představivost, dalším jí tolik dopřáno nebylo.

Přesto jsou podle autorského týmu učebnice natolik různorodé, aby každé dítko našlo odpovídající příklady.

„I mírně podprůměrné děti učivo pochopí a dětem s vyspělejším matematickým myšlením jsou poskytnuty úlohy přiměřeně náročnější,“ poznamenává v příručce její autorka.

4 Matematika je všude okolo

Když už si budete třeba pracovní sešit prohlížet, docela jistě si všimnete toho rozdílu od klasické cvičebnice. A vůbec nejde jen o to, že tady po stránkách poskakuje pomalu víc postaviček a písmen než číslic.

Podstatný rozdíl je v tom, že se žáci neučí oddělené matematické jevy, ale pohybují se v „prostředích“, která využívají jejich bezprostředních zkušeností a kde se běžně kontaktují s matematikou. V nich se však matematické jevy přirozeně prolínají.

Představte si takovou cestu autobusem, to je přece ideální matematické prostředí. V něm si mohou děti procvičovat sčítání a odčítání, ale také třeba práci s tabulkami a daty.

5 Chyby jsou důležité

Otřepané rčení říká, že chybami se člověk učí. Jenže ve škole pro chybování není místo, tam je třeba předvádět kvůli jedničkám bezchybné výkony.

Je přitom paradoxní, co může taková obava ze špatných známek nakonec způsobit: zase jen špatné známky. „Strach je jeden z blokátorů myšlení,“ objasňuje Pavlína Málková.

Proto Hejného metoda tolik zdůrazňuje význam atmosféry, v níž si děti navzájem důvěřují s učiteli nebo rodiči a kde se nebojí chyb. Protože důkladný rozbor toho, kde se taková chyba vzala a proč, je nejúčinnější způsob, jak se jí příště vyvarovat. Jednoduše chybami se člověk učí...

MAGDALENA NOVÁ
REDAKTORKA MF DNES

Desatero pro rodiče

Věřte svým dětem
Věřme tomu, že děti jsou chytré a že jsou schopny při dobrém vedení většinu matematických poznatků objevit samy.

Povzbuzujte a jásejte
Raději nehodnoťte. Jen jásejte, když se dílo daří, a povzbuzujte, když se dařit nechce. Rozhodně však neukazujte, „jak se to dělá“.

Nejdůležitější je radost
O úspěšnosti vaší práce rozhoduje radost dětí z „dělání“ matematiky, radost je největším hnacím motorem matematického poznání, pro vás je zároveň barometrem toho, co děti potřebují.

Chyby k poznání patří
Neopravujte chyby, ale pokuste se vytvořit situaci, v níž dítě samo svou chybu objeví. Chyba je důležitým nástrojem poznání.

Na chyby neupozorňujte
K chybnému názoru dítěte se raději nevyslovujte. Časem si ho dítě přehodnotí samo.

Nepřeceňujte ani nepodceňujte děti
Žádné dítě nesmí být frustrováno svou neschopností ani otráveno, že nemá co dělat. Úlohy zadávejte přiměřené právě vašemu dítěti, aniž byste jeho výsledky porovnávali s jinými dítky.

Nic nevysvětlujte
Nic dětem nevysvětlujte ani se nesnažte ukázat, že jste chytřejší.

Nezasahujte do poznání
Nepřerušujte myšlenkový tok dítěte.

Buďte v pozadí
Minimalizujte svá slova a instrukce.

Naslouchejte
Podporujte komunikaci dítěte. Dítě je ten, kdo ukáže a nahlas popíše, jak úlohu řešilo, je tím, kdo vám vysvětlí, jak se co dělá. A to i tehdy, když to víte.

Zdroj: Příručka pro rodiče žáků s výukou matematiky podle metody prof. Milana Hejného

Zdroj: MF Dnes

Reportáž

I kantor může udělat při řešení chybu, učili se učitelé

Dvacet kantorek v Janovicích nad Úhlavou zjišťovalo, v čem spočívá kouzlo výuky matematiky Hejného metodou. Ta zbavuje žáky strachu z obávaného předmětu.

Tak schválně – myslíte si, že dobrý učitel matematiky musí svůj předmět bůhvíjak umět? Není nutno, vyvedou vás z omylu příznivci metody profesora Hejného. Kacířská myšlenka je to jen zdánlivě.

„Chyby vítáme a klidně nějakou může udělat i učitel. Nikdo se za to nikomu nesměje, na řešení děti přicházejí společně a kantor je k tomu pouze motivuje. Není cílem udělat z každého excelentního matematika, ale dát zažít dětem úspěch z objevování podle jejich schopností," vysvětluje lektorka Martina Hálová.

Promlouvá ke třídě asi dvaceti učitelek prvního stupně na letní škole v Janovicích nad Úhlavou. Jsou to ty, které metoda Hejného oslovila a přijely se do ní ve svém volnu důkladněji vpravit.

V právě probíhajícím workshopu lektorka ukazuje, jak lze dětem vštípit matematické uvažování pomocí vztahů v rodině. Nenásilně, přitažlivě, hrou.

„K rodinnému prostředí je třeba přistupovat s velikou opatrností. Pro některé dítě by to mohlo být třaskavé téma, takže budeme pracovat s imaginární celistvou rodinou," na úvod vysvětlí. Pak přítomným rozdá dva listy z pracovního sešitu pro druhou třídu.

Obrázky vlevo zachycují příslušníky jedné části rodiny: Anna a Adam mají Cyrila. Cyril má tři děti – Víta, Hanku a Ivana – s Cecílií. Jejími rodiči jsou Blažej a Barbora. Přítomné učitelky v roli žáků pak mají za úkol doplňovat, kdo je otec Cyrilovy manželky, nebo kdo je dcera Annina syna.

Třída začne ševelit, někdy se kantorky hned napoprvé netrefí, ale společné snažení nakonec vždy vyústí ve správné řešení.

„Co myslíte, je pravdivý výrok: Syn mé babičky je mým strýcem?" obrací lektorka pozornost k další úloze. Fórum souhlasně zabzučí, ale pak se ozve i pochybnost: „Není to chyba, ale nepřišli jsme na všechna řešení. Správně by totiž věta měla znít: „Syn mé babičky je mým strýcem nebo mým otcem."

Učitelé si mohou vybrat

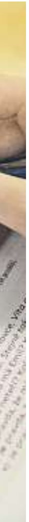
„Ideální příprava na hodinu vypadá tak, že má kantor připravené úlohy pro vyšší i nižší úroveň, tedy pro ty nejlepší a na druhé straně ty méně šikovné. Děti mohou pracovat ve skupinkách, nebo nemusí," popisuje Martina Hálová.

Tahle matematika má sice daleko do drilu a poučování, ale že by vážně dokázala sejmout z dětí strach z obávaného předmětu? Některé učitelky si to však ověřily i samy na sobě.

„Já měla odmalička k matematice velice negativní vztah. K téhle metodě jsem se dostala náhodou, ale teď už vím, že je to šance i pro slabší žáky. Člověk nemusí být hvězda v matematice, a přesto ho ten předmět může obohacovat," ubezpečuje Michaela Baumlová z Klatov. Momentálně je na mateřské dovolené, ale až se vrátí, chce matematiku učit právě tímto způsobem.

Jana Čechová učí Hejného metodou už rok ve Studené na Jindřichohradecku. „Můžu potvrdit, že děti jsou v hodinách nadšené a nikdo se matematiky nebojí. Mají radost, když úlohu vy-

Zdroj: MF Dnes



ŠKOLENÍ UČITELŮ

Je pravdivý výrok „Syn mé babičky je mým strýcem“? O tom přemítali učitelé na kurzu, kde se učili zásady výuky matematiky podle takzvané Hejného metody. Kurz, z něhož jsou tyto snímky, se uskutečnil v Janovicích nad Úhlavou.
Foto: Ladislav Němec, MAFRA

> Autoritativní učitel by se těžko smiřoval s rolí pouhého průvodce hodinou. Klasická a Hejného matematika proto existují vedle sebe.

řeší, pracují ve skupině a ti šikovnější slabším poradí,“ říká dvaapadesátiletá kantorka. Vlastním příkladem zároveň vyvrací domněnku, že metoda dokáže oslovit hlavně mladé.

„Je to víc o osobnosti kantora než o věku. Autoritativní učitel by se asi těžko smiřoval jen s rolí průvodce hodinou. Klasická a Hejného matematika existují vedle sebe. Každému vyhovuje něco jiného a my učitelům nechceme nic vnucovat,“ zdůrazňuje lektorka princip dobrovolnosti.

Sama původně vystudovala druhý stupeň, obor matematika a tělesná výchova. Na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy ji učil přímo tvůrce metody, profesor Milan Hejný. Jenže toho, kdo začne mít jeho metodu rád, to přirozeně táhne do nižších ročníků, kde může děti včas podchytit. Martinu Hálovou to bavilo natolik, že si navíc udělala lektorský kurz.

„Tahle matematika má přesah. Vede děti ke kreativnímu přístupu k životu. Vlastně tvoří i vztahy ve třídě, zatímco ta klasická direktivní ubíjí. Nemotivuje,“ argumentuje lektorka, která v září začne učit třeťáky v pražské základní škole na Barrandově.

Antitalenty nikdo nedusí

Na dalším listě se imaginární rodina košatí. Na obrázcích přibudou ještě další děti Adama a Anny, a to Emil a Dana. Rodokmen se tak rozšiřuje o bratrance, synovce a neteře. A v otázkách začíná přituhovat: Kolik synovců má Emil? Kolik je jim dohromady let? Je pravda, že můj bratr je synovcem mého strýce? Je pravda, že dvě neteře téhož člověka jsou sestry?

Elementaristky ztichnou a ponoří se do přemýšlení. „Já už jsem z toho úplně doblblá,“ zazní upřímný povzdech z fóra. „Na této metodě je mi sympatické, že nikoho nedusí. Připouští i matematickou zabedněnost,“ sekunduje další hlas.

Otevřeností poznámek se atmosféra uvolní a ve třídě dospělých se rozproudí diskuse. To je ta šťastná chvíle, kdy učitel s žáky aktivně hledají správné odpovědi.

„Nemusí k nim vést jediná cesta, jen ať si každý najde tu svoji. Naopak je důležité, aby zazněly všechny způsoby řešení. Žáci přitom chybují a objevují. Učitelé od nich dostávají zpětnou vazbu, a tím si dobíjejí energii,“ ubezpečuje Martina Hálová.

„Co když se ale přes to všechno někdo nechytá? Jak takovému žákovi dáte možnost zažít úspěch?“ táže se jedna z kantorek.

Odpověď se jí dostane z pléna: „Prostě dostane lehčí úlohu. Každý vyniká v něčem jiném a učitel nikomu neutrhne hlavu, když to není zrovna matematika.“

IVANA KARÁSKOVÁ
REDAKTORKA MF DNES

5 důležitých otázek a odpovědí

● Jak se děti vyrovnávají s přechodem na druhý stupeň základní školy, kde se matematika učí klasickou metodou?
Zcela bez problémů. Autoři metody mají přímou zkušenost s přechodem dětí z jejich pilotní třídy na druhý stupeň základní školy i na osmiletá gymnázia. Tito školáci přešli ke čtyřem různým učitelům, kteří vyučovali matematiku klasickým způsobem. „Problémy se u dětí neobjevily, naopak mnozí patřili ve třídě k matematické elitě. Jen nadšení z dělání matematiky u některých dětí opadlo,“ podotýkají propagátoři Hejného metody.

● Jaká je úspěšnost dětí, které jsou vedeny touto metodou, při přijímacích zkouškách na gymnázia ve srovnání s dětmi učenými klasicky?
Metoda profesora Hejného není všelék a nikomu automaticky nezajistí přijetí na gymnázium. Nadaným dětem rozhodně ve vstupu na střední školu nebrání, spíš naopak, podle zkušeností připravuje lépe i slabší žáky. „Od několika škol máme zpětnou vazbu, že po zavedení naší metody se zvýšila úspěšnost přijetí jejich dětí na víceletá gymnázia,“ doplňují lektoři.

● Mé dítě je ve 4. třídě a pořád neumí rychle násobit. Jeho kamarádi násobilku ovládají od 2. třídy. Proč jsou mezi nimi takové rozdíly?
Pokud dítě ve 4. třídě násobí stále tak, že čísla sčítá, je to úplně v pořádku. Postupem času totiž samo zjistí, že 3 x 2 je stejné jako 2 + 2 + 2. Rozdíl je v tom, že když tento princip objeví samo, bude násobilku skutečně chápat a umět ji použít, na rozdíl od dítěte, které se ji ve 2. třídě naučí nazpaměť. „Zkušenosti ukazují, že školák, který násobilku ‚mrská‘ ve 2. třídě, ji na 2. stupni už neumí,“ hájí metodu její autoři.

● Dítě se ve škole učí matematiku klasicky. Má cenu s ním doma zkoušet metodu podle Hejného?
Určitě ano, protože podle lektorů učí tato metoda děti přemýšlet, nikoliv memorovat naučené postupy. A to je velmi důležité pro rozvoj myšlení. Je jasné, že není možné s dětmi probírat učebnice v celém rozsahu a také jim bude chybět vzájemná diskuse se spolužáky. „Přesto můžeme na základě zkušeností rodičů potvrdit, že děti počítání v téhle podobě baví, zlepšuje jejich schopnosti i jejich vztah k matematice jako takové,“ ubezpečuje rodiče tým kolem profesora Hejného.

● Je nutné s touto metodou začít již v první třídě, nebo to jde i později? Třeba až na druhém stupni?
S metodou lze začít i později, samozřejmě čím dříve, tím lépe – klidně už v mateřské škole. Pokud se školák začne učit podle Hejného později, musí rodiče a učitelé počítat s tím, že nový způsob práce i změny při řešení úloh budou trvat déle. Učebnice jsou ovšem uzpůsobeny tak, aby umožňovaly dětem začít s metodou v 1., 3. a 6. ročníku.

Zdroj: www.h-mat.cz

Zdroj: MF Dnes

Matematika

Jak učit děti s radostí

1. díl

Mateřská škola

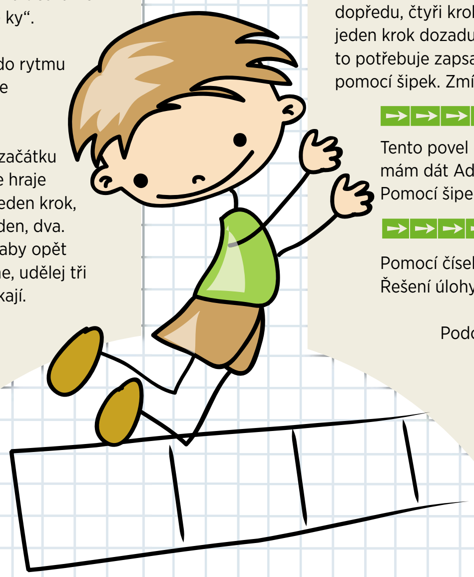
Základem počítání je rytmus. Skandujeme a do rytmu tleskáme. Třeba „Paci – paci – pacič – ky, – to jsou – moje – ručič – ky“.

Pak přidáme chůzi. Rodiče skandují a tleskají, dítě do rytmu krokuje. Je-li zde kamarád, krokují oba. Na zem položíme krokovací pás a děti krokují na pásu.

Když nám krokování jde, začneme se sčítáním. Na začátku pásu stojí vedle sebe Eva a Adam (toho v případě nouze hraje třeba babička). Maminka velí: „Evičko, dva kroky a pak jeden krok, začni teď!“ Evička krokuje, všichni tleskají a počítají: „Jeden, dva. Jeden.“ Maminka se ptá, kolik kroků musí udělat Adam, aby opět stál vedle Evičky. Dítě řekne „tři“ a maminka velí: „Adame, udělej tři kroky, začni teď!“ Hoch odkrokuje, všichni počítají a tleskají. Děti stojí vedle sebe, úlohu jsme vyřešili.

Další úlohy jsou náročnější a pak přijdou i kroky dozadu. Například: „Evičko udělej dva kroky dopředu, pak jeden dozadu a pak dva dopředu.“

Když dítě krokuje „Jeden krok dopředu, pak tři dozadu a pak čtyři dopředu.“ začíná budovat porozumění záporným číslům. Jestliže krokování dítě zajímá, je naše výuka úspěšná.



1. a 2. ročník

Pokračujeme stále náročnějšími povely. „Udělej pět kroků dopředu, čtyři kroky dozadu, dva kroky dopředu, tři kroky dozadu, jeden krok dozadu, začni teď.“ Takový povel je již hodně složitý. Žák si to potřebuje zapsat. Zápisy žáků budou různé a někdo objeví i zápis pomocí šipek. Zmíněný dlouhý povel pak zapíšeme.

→→→→→ ←←←← →→ ←←← ←

Tento povel dostane Eva a ptáme se: „Jaký jednoduchý povel mám dát Adamovi, aby opět stál vedle Evy?“
Pomocí šipek to zapíšeme.

→→→→→ ←←←← →→ ←←← ← = □

Pomocí čísel úlohu zapíšeme 5 – 4 + 2 – 3 – 1 = __.
Řešení úlohy zní ←, tedy –1.

Podobně úlohu → □ ←← = →→
můžeme zapsat 1 + __ – 2 = 2.
Její řešení je →→→, tedy 3.

Úloha 1. Doplň šipky:

a)
→→→→ ←←← = □

b)
→→→→ □ = →→

c)
→ □ ←←← = →→

d)
→→→ ←← = →→ □

Krokování

Jak naučit odčítání i absolutní hodnotu

K přiblížení základní teze výuky si pomůžeme příběhem. Pan Snaživý pěstuje květy. Denně je zalévá a každé ráno trochu povytahuje, aby byly vyšší. Navzdory péči kvítka chřadnou. Přítel vysvětlil panu Snaživému, že dobrý pěstitel vychází z toho, co potřebují kvítka, a ne z toho, co potřebuje on. Různé květy nutno zalévat různě, některým prospívá hnojení a povytahování škodí všem. S dětmi a žáky je to podobně. Dítě nemá potřebu přebírat hotové poznatky. Má potřebu získávat zkušenosti a získávat je společně s kamarády.

To se týká i matematiky. Dospělý člověk se domnívá, že prvním cílem matematického vzdělávání žáka je hbité a spolehlivé sčítání a odčítání. To je omyl. Hlavním cílem matematického vzdělávání je porozumění matematickým jevům pomocí životních zkušeností dítěte/žáka. Dospělý nejlépe pomůže dítěti tím, že si od něj nechá vysvětlovat, jak co řešil, ptá se jej, ale neradí a nepoučuje. V prvním díle seriálu si ukážeme, jak k porozumění číslům mohou přispět zkušenosti dítěte/žáka s chůzí.

Milan Hejný
profesor Pedagogické fakulty UK Praha,
autor metody

3. a 4. ročník

Pomocí počtu předmětů se k záporným číslům dostat nedá.
Úloha „Mám dvě jablka, tři jsem snědla, kolik mi zbylo?“ je absurdní. Když však převedeme úlohu do jazyku kroků, žádný problém nevyvstane.
Úloha →→ ←←← = □ má řešení ←, tedy –1.
V jazyce algebry: 2 – 3 = x, tedy x = –1. Krokování umožňuje žákovi porozumět záporným číslům. Dokonce i náročnému výrazu „mínus před závorkou“. To se u krokování čte „čelem vzad“ (ČV)
Například výraz 3 – (2 – 1) přeložíme do šipek:

→→→ ČV →→ ← ČV

Příslušný povel zní: „Udělej tři kroky dopředu, čelem vzad, dva kroky dopředu, jeden krok dozadu, čelem vzad.“ Jestliže žák byl na začátku tváří ke dveřím, udělá tři kroky ke dveřím, pak čelem vzad, pak dva kroky od dveří, pak krok dozadu ke dveřím a nakonec čelem vzad (to je ukončení závorky). Tedy

→→→ ČV →→ ← ČV = →→

Úloha 2.
Číselné rovnice přepiš do šipkových a vyřeš.

a) $5 - (1 + 2) = x$
b) $7 - (4 - 2) + 3 = x$
c) $2 - (4 - 3) = x - 2$
d) $4 - (5 - x) = 2$
e) $6 - (7 - (8 - 3) - 4) + 1 = x$

5. a 6. ročník

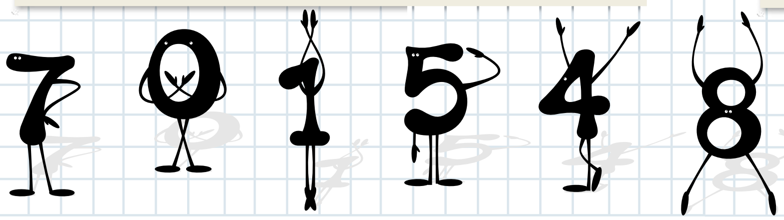
Další náročný matematický pojem, který lze osvětlit pomocí krokování, je absolutní hodnota. Adam stojí na krokovacím pásu, Evička jeden krok před Adamem. Naším úkolem je dát jim takové povely, aby dohromady udělali 5 kroků a nakonec oba stáli na stejném poli. Jak máme velet? Úloha má dvě řešení:

První: „Adame, udělej tři kroky vpřed, Evo, udělej dva kroky vpřed, začněte teď!“
Druhé: „Adame, udělej dva kroky dozadu, Evo, udělej tři kroky dozadu, začněte teď!“
Algebraický zápis úlohy zní: $x = y + 1,\ |x| + |y| = 5$
Kdybychom krokovací pás očíslovali, přešli bychom k dalšímu prostředí – Schody. Adam by stál na schodu 0, Eva na schodu 1. U prvního řešení by se oba sešli na schodu číslo 3, u druhého řešení na schodu číslo -2.

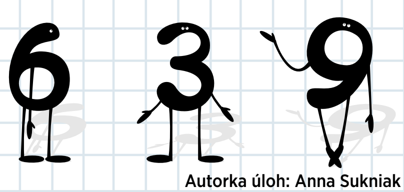
Úloha 3. Řešte soustavu rovnic $x - 1 = y + 2,\ |x| + |y| = 5.$
Tedy: Adam stojí na schodu – 1, Eva na schodu 2. Oba dohromady udělají 5 kroků a budou stát na stejném schodu.

Úloha 4. Řešte soustavu rovnic $x + 1 = y - 2,\ |x| + |y| = 3.$
Tedy: Adam stojí na schodu 1, Eva na schodu – 2. Oba dohromady udělají 3 kroky a budou stát na stejném schodu.

Úloha 5. Řešte soustavu rovnic $x = y + 1 = z + 3,\ |x| + |y| + |z| = 5.$
Tedy Adam stojí na schodu 0, Eva na schodu 1 a Jiří na schodu 3. Všichni tři dohromady udělají 5 kroků a budou stát na stejném schodu.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 8. září



Autorka úloh: Anna Sukniak

Zdroj: MF Dnes

Matematika

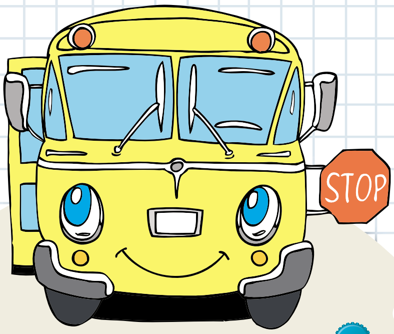
Jak učit děti s radostí

2. díl

Hana Kubová

zástupkyně ředitele, pilotní učitelka Hejného metody na 2. stupni ZŠ Bodláka a Pampelišky, Veliš

S výukou matematiky si mnozí spojují „počítání příkladů“, ale matematika nabízí i mnoho jiných aktivit. Není třeba sedět v lavicích, nepotřebujete tabuli ani křídu, někdy ani čísla. Stačí jen chuť objevovat. Tuto matematiku můžete s dětmi dělat i vy, doma v obýváku, v kuchyni nebo na výletě. V minulém díle jsme se dozvěděli, jak s pomocí chůze učit děti sčítat a odčítat, jak se seznámit se zápornými čísly. Stejným způsobem můžeme k rozvoji matematických schopností využít stavění kostek, jízdu autobusem, cestu k babičce a mnoho dalších běžných činností. Na těchto situacích, které jsou dětem důvěrně známé, vystavíme matematické série úloh, které použijeme k objevení některých matematických vztahů a zákonitostí. Např. prostředí autobusu. Dnešní technický svět je plný tabulek, grafů, harmonogramů, diagramů apod. Prostředí autobusu přivádí děti k tomu, aby se ve všech těch tabulkách a harmonogramech nejen vyznaly, ale samy je i tvořily a uměly s nimi zacházet.
A celé nám to začíná celkem všední záležitostí, jakou je jízda autobusem.



Autobus

Práce s tabulkou

Autobus je hra, která využívá dětem známé prostředí, která je baví a u které získávají své vlastní zkušenosti. Na nich je možné stavět při výuce ve škole. Autobus vytvoříme z lepenkové krabice a za cestující poslouží hračky nebo zátky od PET lahví. V místnosti označíme zastávky např.: Nástupní, U Okna, U Skříně a Konečná. U každé zastávky je jeden výpravčí a ještě je zde řidič autobusu. Výpravčí u nástupní zastávky vkládá do autobusu zátku a říká „jeden cestující nastoupil“. Pak vloží druhou zátku a říká „další cestující nastoupil“. Řidič s krabicí odkráčí a řekne „autobus odjíždí, přijíždí na zastávku U Okna. Výpravčí na zastávce vybere jednu zátku a říká „jeden cestující vystoupil“. Pak vloží do krabice jinou zátku se slovy „jeden cestující nastoupil“ a druhou zátku se slovy „další cestující nastoupil“. Takto řidič obejde všechny zastávky, až dorazí na konečnou. Kolik cestujících vystoupí na konečné?

Mateřská škola

✎ Při jízdě autobusem pracuje dítě s počtem lidí, 1) kteří jsou v autobusu teď (stav), 2) kteří z autobusu vystoupili nebo do něj nastoupili (změna), 3) kteří na dané zastávce do autobusu přibyli nebo z něj ubyli (porovnání).

✎ Dítěti tedy dáváme úlohy na stav, změnu a porovnání. Například: Kolik nás je u stolu? Kolik nás bude, až přisedne i maminka? Kolik dětí je na pískovišti?

✎ Několik rodičů a učitelek hrálo autobus i s předškoláky. Když začínali s jednoduchými úlohami, malým počtem zastávek (Nástupní, U Okna a Konečná) a cestujících, hra děti bavila. Postupně lze s dětmi rozšiřovat počet zastávek i cestujících. Jestliže není dost dětí, pomůže maminka nebo děda.

1. a 2. ročník

✎ Se vstupem do školy se z dítka stává žák a autobus je jedním z prostředí, ve kterých se žák pohybuje v hodinách matematiky. Podobně jako v MŠ připravíme autobus, zastávky a cestující. Rozdělíme role výpravčích a řidiče autobusu. Začíná hra. Dítě si při hře musí pamatovat řadu údajů a průběžně počítat. Má k dispozici papír nebo mazací destičku, na kterou si dělá poznámky. Zatím mu stačí udělat si čárku, když cestující nastoupí, a škrtnout ji, když cestující vystoupí. Po čase položíme „zákeřnou“ otázku. Např. Kolik cestujících vystoupilo na druhé zastávce? U dětí tak probudíme potřebu lepšího záznamu jízdy. Děti své záznamy vylepšují a vzniká tabulka.

vystoupili		/	//	///	//
nastoupili	//	///	//	/	

✎ Tabulka obsahuje všechny údaje o jízdě. Děti se učí pracovat s daty. Existuje však otázka, na kterou jim tabulka přímou odpověď nedá: „Kolik cestujících jelo od umyvadla k oknu?“ Tento údaj musí dítě z tabulky vyvodit. Výhodnější je však rozšířit tabulku o řádek „jeli“. I pak ale najdeme otázky na čísla, která nejsou v tabulce uvedena přímo. Například:

Úloha 1: Překresli horní tabulku a přikresli k ní řádek „jeli“. Odpověz na otázky: a) Kolik cestujících jelo autobusem celkem? b) Kdy bylo v autobusu nejvíce cestujících? c) Na které zastávce z autobusu ubylo nejvíce cestujících?“ V první etapě jsme měli zastávky konkrétně pojmenované. Nyní jsou žáci již schopni přejít k abstraktnějšímu značení zastávek písmeny A, B, C.... Úlohy se postupně stávají náročnějšími a přidáváme další podmínky.

vystoupili		/	//	///	//
nastoupili	//	///	//	/	
jeli					

Úloha 2: Doplň tabulku, když víš, že na zastávce B nastoupilo do autobusu 2x více lidí, než z něj vystoupilo. Totéž i na zastávce D.

	A	B	C	D	E
V	0	2	4		13
N				6	0
J	7				

3. a 4. ročník

✎ Řešením mnoha úloh žák tabulce dobře rozumí a lépe se v ní orientuje. Dalším krokem je rozdělení cestujících na muže ■ a ženy ▲.

Úloha 3: Doplň tabulku

	A	B	C	D	E
V	0	▲	■■■	■■▲▲▲	■■▲▲
N				■	0
J	■■▲▲▲	■■■■■ ▲▲▲▲			
Celkem				4	

Na zastávce ___ nevystoupil žádný ■. Nastoupily zde ___ ▲.

Na zastávce ___ nevystoupila žádná ▲. Nastoupili zde ___ ■.

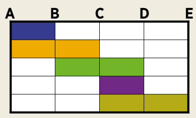
Předchozí úlohy žádaly doplnění tabulky. Poslední úloha této části žádá vytvoření tabulky. Proces jízdy je popsán sérií podmínek a žák musí podle nich vytvořit tabulku.

Úloha 4: Autobus vyjel ze zastávky A a přes zastávky B, C, D dojel na zastávku E. Celkem se vezlo 5 žen a 4 muži. Všichni muži nastoupili na zastávce A. Na každém ze čtyř úseků tratě bylo v autobusu vždy 6 cestujících. Na každé zastávce se počet žen zvýšil o jednu. Napiš tabulku jízdy autobusem.

5. a 6. ročník

✎ V 1. a 2. ročníku jsme cestující nerozlišovali. Ve 3. a 4 ročníku jsme již rozlišovali muže a ženy. Teď budeme rozlišovat jednotlivé cestující. Začneme tvořit harmonogram jízdy. To žákovi otevírá cestu k používání dalšího nástroje pro práci s daty. Harmonogram umožní najednou uchopit sérii procesů.

Úloha 5: Podívej se na harmonogram jízdy autobusu. Podle harmonogramu jízdy vytvoř tabulku jízdy autobusem. Jelo 5 lidí



Pan Modrý nastoupil na zastávce A a na zastávce B vystoupil.
Paní Žlutá nastoupila na A a vystoupila na C.
Paní Zelená jela z B do D.
Pan Fialka z C do D a pan Okr jel z C do E.

Úloha 6: Doplň obě tabulky a vytvoř pro ně harmonogram jízdy autobusu.

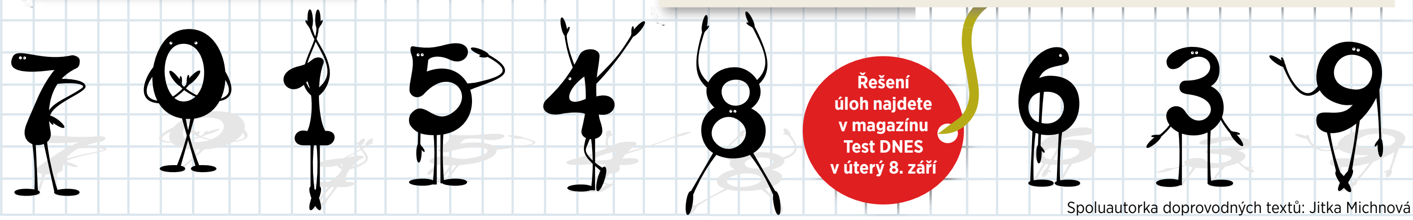
a)

	A	B	C	D	E
V	0	▲	▲	■	
N		▲■	■		0
J	▲▲■			▲▲■■	

b)

	A	B	C	D	E
V	0	2	0	7	
N		1	5		0
J	3			2	

Úloha 7: Napiš harmonogram i tabulku jízdy autobusem, když znáš následující informace: Autobusem se vezlo celkem 5 lidí. Z nich 3 nastoupili na zastávce A a 2 na zastávce C, jeden se vezl pouze jednu stanici, 3 jeli 2 stanice a jeden se vezl 4 stanice. V autobuse byli stále přítomni alespoň 2 lidé.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 8. září

Spoluautorka doprovodných textů: Jitka Michnová

Matematika

Jak učit děti s radostí

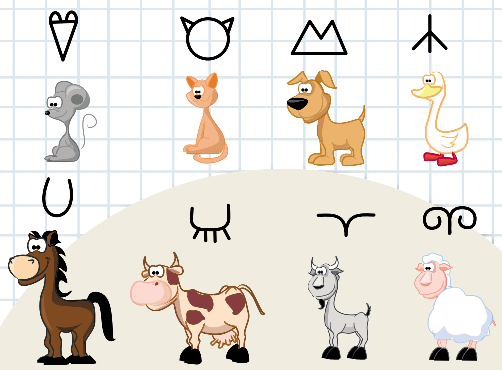
3. díl

Jitka Michnová

lektorka Hejného metody, spoluautorka učebnic, pilotní učitelka pro 1. stupeň na ZŠ Ing. M. Plesingera, Neratovice

Dítě má přirozenou potřebu vlastního tělesného i duševního rozvoje. Baví ho běhat, skákat, ale i experimentovat, přicházet věcem na kloub. Nebaví ho učení, pokud učením rozumíme přejímání a opakování hotových pravd a postupů. Škola většinou od žáka takové učení vyžaduje a většina žáků se přizpůsobí. Ale radost jim matematika nepřinese. Je tomu už pěkná řádka let, kdy se odehrál tento příběh. Rozčilený Jirka chodil po pokoji jako lev v kleci. Dostal čtyřku z rovnic. Nedodržel předepsané postupy. Ani jeho máma nerozuměla hodnocení. „Podívej," povídá, „že jsi nedodržel postupy, nevadí. Hlavně, abys tomu rozuměl." Hoch ihned oponoval: „Jo, jo, rozuměl! Teď to musím umět takhle, mami, a než to pochopím, budeme už dávno brát něco jinýho!"

Projde-li si žák cestou objevování, ví, co dělá, a svým zápisům a postupům rozumí. Co je to umět? Zcela přesně napodobit postup učitele, nebo rozumět tomu, co dělám, a vědět, proč to funguje? Který druh znalostí žák v životě lépe využije, když bude hledat práci?



Zvířátka dědy Lesoně

Připravujeme porozumění rovnicím

Děda Lesoň pečuje o zvířátka: myšky, kočky, husy, psy, kozy, berany, krávy a koně. Zvířátka dědy Lesoně ráda hrají přetahovanou. Všechny myšky jsou zde stejně silné, všechny kočky jsou stejně silné apod. Vztahy mezi zvířátky zapíšeme pomocí ikon takto:

Ikonky zvířátek jsou na kartičkách. Děti řeší úlohy tak, že s kartičkami manipuluje.

Mateřská škola

V dnešní době není samozřejmé, aby se děti běžně setkávaly s domácími zvířaty. V předškolním věku je však užitečné, když si dítě vytvoří představu o tom, jak domácí zvířátka, nejen ta, která jsou uvedena v našem prostředí, vypadají. Prospěje jim návštěva farmy, kde si budou moci důkladně prohlédnout různá zvířátka, povídat o nich, pohladit si je.

Dědu Lesoně zavádíme až ve 2. ročníku, ale několik rodičů i učitelů si hrálo na myšku, kočku a husu i s dětmi předškolního věku. Těm se úlohy líbily. Pokud zvířátka představují děti, mají na sobě nějaké označení, např. obrázky zvířátek. Ale kamarád řekne, že kočka je jako dvě myši. Jakou takovou úlohu uvedeme:

Proti sobě nastoupí dvě družstva: myš a kočka proti třem myším. Které družstvo je silnější? Myšky jsou tři, proto dítě možná řekne, že je silnější družstvo myšek. Ale kamarád řekne, že kočka je jako dvě myši. Když děti souhlasí, vymění se dvě myši za kočku, takže vznikne družstvo kočky s myší proti kočce s myší: družstva jsou stejně silná. Děti zde úlohu vyřešily pomocí výměny (substituce). Tuto zkušenost využijí později u řešení rovnic. Mohou však úlohu vyřešit i jinak.

1. a 2. ročník

Zvířátka přibíráme postupně. Do konce druhého ročníku vystačíme s myší, kočkou, husou, psem, kozou a beranem. Na následujícím obrázku jsou šest úloh na porovnání sil přetahujících se družstev. První dvě úlohy jsou vyřešeny. V dalších čtyřech úlohách najdeme třikrát rovnost a jednou nerovnost. U případů nerovnosti může následovat další úloha: Které zvířátko má přijít slabším na pomoc, aby byla družstva stejně silná?

Úloha 1:

O masopustu se do hry na přetahovanou zapojila zvířátka v maskách. Uvedeme 3 případy:

Úloha 2: Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou.

a) b) c)

V poslední rovnici jsou dvě stejné masky. Za nimi jsou stejná zvířátka. Jak to bude dítě řešit? Například takto: kozu nahradí psem a myší. Dostane rovnici:

Když z obou družstev odebere myš, rovnost zůstane zachována. Dostane:

Kdyby za maskou byla myš, bylo by levé družstvo slabší. Zkusíme dát za masku kočku a ono to vychází. Tedy:

Úloha je vyřešena. Během řešení si žák uvědomuje důležité pravidlo pro řešení rovnic: rovnice se nezmění, když z obou stran odebereme stejnou hodnotu. Žák toto pravidlo odhaluje postupně a sám, dospělý mu je neukazuje. Dospělý člověk obvykle ihned vidí, že zvířátka lze lehce převádět na čísla myš = 1, kočka = 2, husa = 3 atd. Zdá se mu zbytečné hrát si s ikonkami, když to jde řešit čísly. Jenže s čísly nelze manipulovat jako s ikonkami zvířat. Dítě pak přichází o cenné zkušenosti s výměnou zvířátek o různých hodnotách, řeší jen číselné výpočty. Když ovšem žák sám odhalí přepis ikonek na čísla a dokáže s nimi pracovat, nebudeme mu v tom bránit.

3. a 4. ročník

Přibudou nová zvířátka: kráva a kůň:

Úloha 3: Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou.

a)

b)

c)

Rovnici c) řešil třeťák Matěj takto: z obou stran odebral kočku, chvíli se na to díval, pak krávu vyměnil za dvě kozy a řekl, že pod maskou je koza. Jarka (čtvrtý ročník) přepsala ikonky do čísel: x + x + x + 2 = 10 + 5 + 2 = 17. To upravila 3 x + 2 = 17. Za x dala 4, ale to bylo málo. Napsala x = 5, to vyšlo. Tedy za maskou je koza.

Úloha 4: Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou a které za maskou v rovnici. Hledej více řešení.

Úlohu děti řeší zkoušením. Někteří volí a zjistí, že. Jiní dají a zjistí, že. Další zvolí a najdou. Ti, co zvolí, řešení nenajdou.

Úloha má tedy tato tři řešení:

V zápisu pomocí čísel a písmen má rovnice tvar 2x + y = 3 + 4.

Experimentováním děti najdou řešení:

x	1	2	3
y	5	3	1

Úloha 5: Najdi všechna řešení rovnice.

a) b)

5. a 6. ročník

V prostředí zvířátek můžeme zadávat i soustavy dvou rovnic o dvou neznámých.

Úloha 6: Zjisti, které zvířátko se ukrývá za maskou a které za maskou.

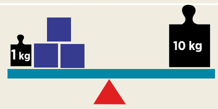
Dítě si prohlédne obrázek a provede výměnu: zelenou ve spodním řádku nahradí dvěma červenými. Tuto rovnici již řešit umí.

Úloha 7: Vyřeš dvojice rovnic.

a) b)

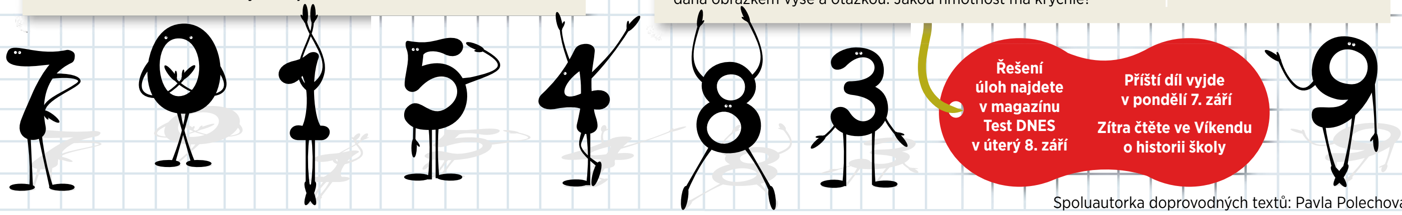
c)

Dalším prostředím, které napomáhá žákům porozumět rovnicím, jsou Váhy. Toto prostředí se běžně ve škole používá již léta. Pro nás je nové to, že se stejná rovnice může uvést jak v prostředí Dědy Lesoně, tak v prostředí Vah. U obou prostředí sbírají děti zkušenosti, na kterých staví řešení rovnic i jejich soustav. Např. úloha 3a) bude v prostředí Vah dána obrázkem výše a otázkou: Jakou hmotnost má krychle?



Úloha 8: Úlohy 3a) a 3b) přepiš jako úlohy o vahách a vyřeš je.

Úloha 9: Číselnou rovnici 3x + 3 = 21 přepiš jako úlohu a) o zvířátkách, b) o vahách. Úlohy vyřeš.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 8. září

Příští díl vyjde v pondělí 7. září
Zítra čtěte ve Víkendu o historii školy

Spoluautorka doprovodných textů: Pavla Polechová

Matematika

Jak učit děti s radostí

4. díl

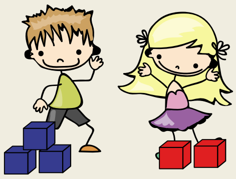
Slovní úlohy

1. a 2. ročník

Podobné aktivity jsou důležité i ve školním věku, v době, kdy se dítě číst teprve učí.

Úloha 1: Mám komín z pěti krychlí. Postav svůj komín tak, že můj bude o jednu krychli vyšší než ten tvůj.

Často dítě postaví komín ze šesti krychlí. Nechá se zmást slovem vyšší a jednu krychli přidá. Vzájemným porovnáním komínů a diskusí dítě zjistí, že musí lépe poslouchat. První slovní úlohy v učebnici jsou takové, že si dítě potřebné informace vyhledává z obrázku. To přispívá k tomu, že později lépe vyhledává klíčové informace i v psaném textu.



Úloha 2:
Kolik krychlí má Ivo?
Kolik krychlí má Eva?
Ivo má __ krychlí.
Eva má __ krychlí.
Kolik krychlí mají oba?
Dohromady mají __.
Kdo má více?
Více má ______.

Snaha ulehčit dítěti práci tím, že mu radíme, jak úlohu řešit a co a jak si zapsat, je kontraproduktivní. Dítě cítí, že ho podceňujeme a ubíráme mu autonomii. Nechme zcela na dítěti, jak úlohu vyřeší. Případnou chybu si vyjasní rozhovorem nejlépe s jiným dítětem. Důležité je, že dítě ví, co dělá, a umí si své řešení obhájit. Vítaným a účinným nástrojem řešení slovních úloh je dramatizace – situaci s dítětem sehrajeme, nebo aspoň modelujeme. Vítána je také metoda pokus – omyl, při které dítě získává se situací mnoho zkušeností, jako například v následujících již obtížnějších úlohách.

Úloha 3: Goran a Petr mají dohromady 12 Kč. Goran má 2 mince a Petr 3. Přesto má Goran o 2 Kč více než Petr. Které mince má Goran a které Petr?

Úloha 4: Když byly Mirkovi 3 roky, narodily se jeho sestry, dvojčata Dana a Jana. Až bude Mirkovi 5 let, budou Janě ___ roky a všem třem sourozencům bude dohromady ___ let.

3. a 4. ročník

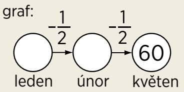
Různorodost úloh vede k různorodým řešením. Děti k řešení hojně využívají i matematická prostředí, ve kterých se běžně pohybují. Na síle nabývá argumentace a takový zápis, který je srozumitelný nejen řešiteli. Matematická náročnost se zvyšuje postupně. Viz úlohy 10–12.

Úloha 5: V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu snížili opět o polovinu. Kolik korun stály rukavice v květnu, když jejich cena v lednu byla 300 Kč?

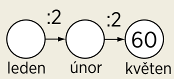
Úloha 6: V dubnu snížili cenu rukavic o polovinu. Kolik korun stály rukavice před slevou v únoru, když jejich cena po slevě v květnu byla 80 Kč?

Úloha 7: V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu snížili opět o polovinu. Kolik korun stály v lednu rukavice, když jejich cena v květnu byla 60 Kč?

Uvedeme jednu situaci, jak úlohu řešila skupina dětí. Tonda k řešení použil graf:



Z předchozích zkušeností s podobnými úlohami již věděl, že zde „jde od konce“. Číslo 60 chápal jako polovinu z ceny v únoru. Zjistil cenu rukavic v únoru, tedy 120 Kč. Částku 120 chápal jako polovinu původní ceny rukavic v lednu. Díky grafu uměl svou úvahu ukázat i ostatním přesto, že z matematického hlediska lze grafu ještě leccos vytknout. Míša rozuměla úvaze Tondy, ale protestovala. Graf jí nefungoval pozpátku. Ptala se: „Co znamená 60 plus polovina?“ Adam namítl, že to je jako 60 + 60, tedy 60 . 2. Míša upravila graf:



Nyní se radovali všichni. I ti, kteří měli původně názor jiný. Ocenit se již děti uměly mezi sebou vzájemně. Tato série úloh zaujala děti tak silně, že později samy vytvořily úlohu 11.

Anna Antonová

pilotní učitelka Hejného metody pro 2. stupeň na ZŠ Ing. M. Plesingera, Neratovice

Když nám maminka uvaří oběd, je celkem běžné se u společného stolu zmínit o tom, jak nám chutnalo. Odměnou nám je nejen další výborný oběd, ale ještě moučník ke kávě. Každý má rád pochvalu, je to normální lidská potřeba. Někdy ocenění druhých ani není třeba, stačí, že se dílo podařilo a máme z toho radost. Máme chuť pokračovat v dalším díle. Asi bychom tuto chuť neměli, kdyby nás někdo často hanil. S dětmi ve škole to je stejné. I je povzbudí pochvala za práci a její výsledek. Tímto bychom se ve vztahu k dětem měli řídit především. Nechejme je, ať experimentují a bádají. Chvalme je, když cosi objeví. Povzbuďme je, když víme, že jsou na chybné cestě. Můžeme je i nasměrovat, ovšem vyhýbejme se návodům. Neukazujme dětem, „jak se to dělá“. To často bývá medvědí služba, která pomůže jen krátkodobě, ale do života dítěti příliš nedá. Návod na život totiž neexistuje. Na to, „jak se to dělá“, si musí každý přijít sám.

Mateřská škola

Zvládnout slovní úlohy znamená především rozumět jazyku, který běžně používáme. I v období, kdy dítě ještě neumí číst, řeší různé úlohy běžného života, které prožívá s rodičem. V bohaté komunikaci s rodiči dítě poznává i mnoho z matematiky - čísla, tvary, vztahy, různé situace.

Ptám se čtyřletého hocha: „Aleši, kdo je syn tvého táty?“ Hoch se zamyslí, podívá se na tátu a řekne: „Já, jo a Petr.“ Pětiletá Bára pomáhá mamince strojit stůl. Máma ji požádá, aby ubrousky přeložila na poloviny. Dívka chvíli kouká a pak se zeptá: „Tak, nebo takto?“ (na trojúhelník nebo na obdélník). Maminka: „Takhle hezky, na trojúhelníky.“ Na posteli leží medvídek, panenka a bagr. Ptáme se: Kolik je to hraček? Přidám na postel ještě autíčko a míč. Kolik hraček jsem přidal? Kolik hraček je na posteli nyní? Medvídka uklidím do police. Kolik hraček jsem ubral? Kolik hraček je na posteli nyní? Na talíři jsou 4 jablka. Dvě vidím a ostatní jsou pod ubrouskem. Kolik jablek je ukryto pod ubrouskem? V modré misce jsou dvě fazole, v červené čtyři. Kde je víc? O kolik? Z červené misky přesunu jednu fazoli do modré misky. Kde je víc fazolí nyní? Neváhejme dítko za každý krok pochválit a tvářit se překvapeně, že úlohu zvládlo.

5. a 6. ročník

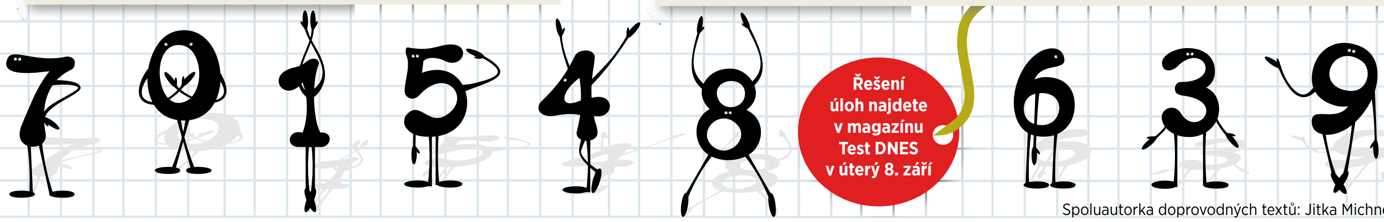
Do popředí se zde začne dostávat matematický jazyk. Na základě získaných zkušeností volí často již žáci u úlohy 7 k řešení jazyk matematický. Je dětem totiž srozumitelný. Vnímají ho jako silný matematický nástroj, který jim usnadňuje situaci.
Např. Únor: $\frac{1}{2}$ z $x = 60$, $x = 120$; leden: $\frac{1}{2}$ z $y = 120$, $y = 240$.
S přibývajícími zkušenostmi bude časem řada dětí podobnou úlohu řešit pomocí jedné rovnice.

Úloha 8: Dnes jsou Bedřichovi 3 roky. Když mu bude tolik, co je dnes Adamovi, bude mít Adam 19 let. Kolik let je dnes Adamovi?

Úloha 9: Tatínek a maminka váží dohromady 171 kg. Tatínek váží o 60 kg více než maminka. Kolik váží maminka?

Úloha 10: Z kohoutku kape voda rychlostí 1 centilitr za ½ minuty.
a) za jak dlouho zbytečně odteče 1 litr?
b) kolik vody zbytečně odteče za 5 dnů?

Úloha 11: Zimní bunda byla zlevněna o 20 % a následně o dalších 20 %
a) jaká byla konečná cena, když původní cena byla 3 200 Kč?
b) jaká byla původní cena, když nová cena byla 2 400 Kč?



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 8. září

Spoluautorka doprovodných textů: Jitka Michnová

Matematika

Jak učit děti s radostí

5. díl

Pavel Šalom

člen týmu H-mat, spoluautor učebnic pro 2. stupeň

V první třídě probíhá rušná debata o řešení úlohy. Třída je názorově rozdělená zhruba půl na půl. Někteří žáci ještě princip úlohy nepochopili a chybují, jiným, mezi nimiž má hlavní slovo Lukáš, už je to jasné. V debatě, kterou učitelka jenom pozoruje, se obě strany snaží používat pádné a názorné argumenty. Přesto na konci hodiny zůstává více „nepřesvědčených“. Diskuze pokračují i o přestávce. Ještě než zazvoní na další hodinu, přibíhá za učitelkou Anička a říká: „Já už vím, že měl Lukáš pravdu.“ Učitelka: „A jak jsi to zjistila?“ Anička: „No, Lukáš mi to vysvětlil jako vystřihovánku a já jsem pochopila, že to má správně.“ **Příběh z hodiny Evy Šubrtové**

Anička ví, že není hanba přiznat, že se mýlila. Dokáže uznat, že Lukáš měl pravdu. I když debata mezi dětmi byla velmi zapálená, nikdo na nikoho neútočil. Děti se přely jen o podstatu úlohy.
Morální zisk, který si děti odnáší z takového vyučování, považujeme za cennější než získané matematické znalosti. Jsme přesvědčeni, že kvalitu společnosti více určují hodnoty mravní než hodnoty znalostní. Snažíme se, aby tento princip prostupoval celé vyučování.

V tomto díle poznáme prostředí, které rozvíjí zkušenosti dětí se sčítáním a odčítáním.

2	1	3
3	4	
7		

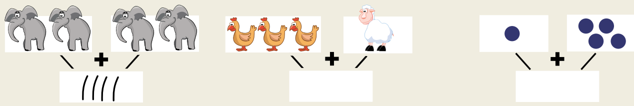
Součtové trojúhelníky

Od sčítání až k soustavám rovnic

Počítat „sloupečky příkladů“ většinu žáků nebaví. Proto jim předkládáme úlohy na sčítání a odčítání vložené do různých prostředí. Ukázka součtového trojúhelníku je na obrázku. Součet dvou sousedních čísel je vždy zapsán v poli pod nimi.

1. a 2. ročník

Na začátku 1. třídy děti neumí psát číslice, což jim ale nebrání učit se rozumět počtu a znázorňovat své výpočty na papír. Zatím pomocí čárek nebo teček připomínajících borůvky.



Důležité je hovořit s dítětem klidně a beze spěchu, abychom poznali, jestli rozumí, co znamená přidat, dát dohromady, ubrat apod. Zda přitom zapisuje čárky, puntíky, nebo číslice není podstatné. Cílem je směřovat k porozumění, že tři a jedna jsou čtyři, a je jedno, jestli jde o slony, slepice, nebo tečky.

Časem se objeví i náročnější úlohy. Spojením dvouřádkových trojúhelníků se pomaličku dopracujeme k víceřádkovým. Celý proces od jednoduššího ke složitějšímu v mysli dítěte zraje delší dobu. Opět se vyplácí nespěchat. Ukazuje se, že nejúčinnější pomocí je naslouchat dětem, jak úloze rozumí, a nechat je mluvit mezi sebou.

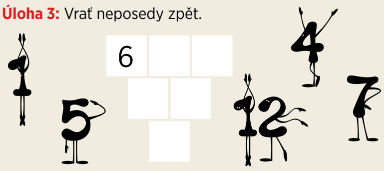
Úloha 2: Doplň.

4	1	2

4	1	3	
	9		

Při řešení prvního z trojúhelníků udělá žák tři výpočty: 4 + 1 = 5, 1 + 2 = 3 a 5 + 3 = 8. U druhého trojúhelníku musí čtyřikrát sčítat a dvakrát odčítat.

Úloha 3: Vrať neposedy zpět.



6		

Žáci používají metodu pokus – omyl, která je základem objevování nejen v matematice. Například objeví, že největší číslo (zde je to 12) je v dolním poli.

3. a 4. ročník

Objevují se výzvy, které vedou žáky k novým zkušenostem a objevům. Například v následující úloze získávají zkušenosti z oblasti kombinatoriky.

Úloha 4: Najdi všechna řešení.

10		
15		

Po několika náhodných pokusech žák objeví, že v prostředním poli prvního řádku mohou být čísla 0, 1, 2, 3, 4 a 5 a žádná jiná. Pak jiný žák navrhne počítat i se zápornými čísly a najednou se ukáže, že v takovém případě má úloha „strašně moc“ řešení.

Žáci rychle získají zkušenost, že k výpočtu trojúhelníku se 6 čísly je nutno zadat 3 čísla. Jsou ale případy, kdy řešení nejde rychle najít.

Úloha 5: Doplň.

12		11
33		

12		11
43		

12		11
53		

Metodou pokus – omyl žáci najdou dva řešitelské postupy: rozloží dolní číslo na dvě sousední čísla (tedy 33 = 17 + 16, 43 = 22 + 21 a 53 = 27 + 26), nebo najdou pravidlo, jak z daných čísel najít prostřední číslo v horním řádku.

Dalším krokem je přidání podmínky. Pak můžeme modelovat i soustavu lineárních rovnic.

Úloha 6:
Doplň tak, aby součet dvou čísel ve vybarvených polích byl 9.

5		
	11	

2		1

Rychlejší žáky vede učitel k objevování vztahů (například tím, že změní požadovaný součet 9 na jiný). Pomalejší žáci při používání metody pokus – omyl procvičí počítání a svým vlastním tempem vylepšují své řešitelské strategie. První úloha modeluje soustavu rovnic $x + y = 9$, $y - x = 5$. Druhá soustavu rovnic $x + y = 9$, $2x + 3 = y$.

Mateřská škola

Děti se učí tím lépe, čím více smyslů zapojí. V předškolním věku získávají zkušenosti s tím, že sloučením dvou množství vzniká něco nového. Klíčová je přitom možnost si všechno osahat, prohlédnout a sám vyzkoušet.

Úloha 1: Vezmeme zapnutou mikinu a zvedneme ji tak, aby se dolním okrajem dotýkala podložky. Jedno dítě vhodí do levého rukávu malý počet kamínků, druhé dítě vhodí několik kamínků do pravého rukávu. Kolik kamínků vypadne dole?
Náročnější obměna: Dítě vidí, kolik kamínků se vhodilo do jednoho rukávu, ale neví, kolik dáváme do druhého. Ukážeme mu až kamínky, které vypadly dole. Kolik kamínků jsme hodili do druhého rukávu?

Tato hra se dá hrát například s rozdvojkou plastového potrubí nebo s trychtýřem, kam se nevhodí všechno naráz, ale napřed první hromádka a pak druhá.

5. a 6. ročník

Objevují se náročnější podmínky, které se týkají například součtu čísel v řádku nebo součtu všech čísel v trojúhelníku. Následující úlohy patří k náročnějším.

Úloha 7: Součet všech šesti čísel součtového trojúhelníku je 28. Součet tří čísel prvního řádku je 6. Najdi tento součtový trojúhelník. Najdi dvě řešení.

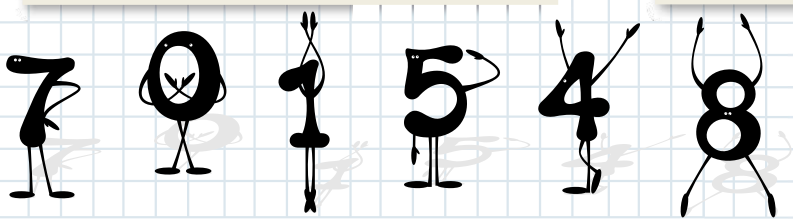
Úloha 8:
Z vyřešeného trojúhelníku utekla čísla 2, 7, 7, 9 a ještě jedno číslo, které uteklo z papíru úplně. Jak vypadal ten trojúhelník?

2		

7 7 9 2

Úloha 9:
Doplň tak, aby součet dvou čísel v zelených polích byl 10 a součet dvou čísel v modrých polích byl 11.

Žáci rychle odhalí, že úloha nemá řešení. Pak přijde hlavní výzva: Jak to dokážeš?



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Spoluautorka doprovodných textů: Eva Šubrtová

Matematika

Jak učit děti s radostí

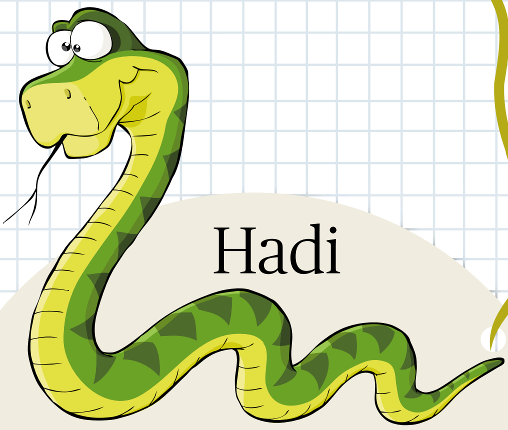
6. díl

Pavla Polechová

lektorka H-mat, učí matematiku na ZŠ a MŠ Hlásek v Hlásné Třebani

To nejdůležitější pro rozvoj dítěte a zároveň to nejtěžší pro nás dospělé je trpělivost. Od narození se dítě učí samo, z vlastní potřeby. Vnímá nadšení dospělých, když se postaví, když udělá první krok, když řekne první slovo, první větu. Každý rodič si pamatuje úsměvná slova svých dětí jako dobřejší nebo panena. Nevnímá je jako chyby, ale jako projev tvořivosti a rozvoje logického myšlení dítěte. Rodič, který stejně posuzuje i první matematické krůčky dítěte a podílí se na jeho radosti z objevů, tím i nadále udržuje vysokou rychlost jeho rozvoje. Ale snaha urychlit matematické zrání dítěte poučováním je kontraproduktivní. Projeví se negativním postojem dítěte k matematice.

Školákovi vstupujícímu do světa matematiky poskytuje motivaci radost z úspěšného vyřešení přiměřeně náročné úlohy – ne příliš snadné, ani příliš obtížné. Tuto radost si žák přeje zažít znovu a znovu. Motivace se stává trvalou, dítě má potřebu se matematikou zabývat.



Hadi

Od záznamu stavu a jeho změny k funkcím

V životě čísly vyjadřujeme stavy (mám 10 Kč) i změny (dostal jsem 5 Kč). Stejně i v prostředí hadů máme stavy (čísla v kroužcích) i změny (čísla nad šipkami označující přičítání (odčítání) nebo násobení (dělení)).
V prvním hadovi jsou zapsány dva stavy (3 a 8) a jedna změna (přičítej 5).
V druhém hadovi vidíme tři stavy (1, 3, 12) a dvě změny (přičítej 2 a vynásob 4).
Když z hada některé číslo nebo čísla vymažeme, vzniká úloha „doplň hada“.

$3 \xrightarrow{5} 8$

$1 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{4} 12$

Mateřská škola

✎ Přípravou na hady jsou stolní hry, ve kterých se hází hrací kostkou. Číslo, které padne na kostce, určí změnu polohy figurky. Napětí soutěže přispívá k intenzitě prožitku této matematiky.

✎ Navíc, když dítě vyhodnocuje situaci a utváří si plány na výhru, učí se promýšlet budoucí proces pouze v představě. Poznáme to podle toho, že dítě před hodem volá třeba „trojku, trojku“.

1. a 2. ročník

✎ První úlohy řeší žáci metodou pokus–omyl. V 7. díle se o metodě dozvíte více.

Úloha 1. Vyřeš hada.

$3 \xrightarrow{■} 8 \xleftarrow{2} ○$

Lenka má na lavici nalepenou číselnou osu. Položila prst na číslo 3 a „odkráčela“ s ním po ose do čísla 8. Kroky počítala. Napočítala jich 5 a toto číslo napsala nad první šipku. Marek řešil nejprve číslo v kroužku. Napsal tam 5, zjistil, že to nevychází, pětku vymazal, napsal 6. Tentokrát to vyšlo.

Úloha 2. Vyřeš hada s podmínkou.

$● \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{■} ○$

● + ■ = 9

Zdeňka do modrého kroužku zapsala 3. To pak přepsala i do modrého čtverce a do posledního kruhu dopsala 7. Běžela to ukázat paní učitelce. Ta řekla, ať dá čísla i do podmínky. Zdeňka dopsala do kroužku i čtverce trojky. Pak škrtla číslo 9 a napsala tam 6. Paní učitelka úlohu přepsala tak, že podmínku dala na začátek, a dívce řekla, ať začne podmínkou. Zdeňka napsala 4 + 5 = 9 a požádala o radu Marušku. Pod jejím vedením pak úlohu vyřešila.

Úloha 3. Vyřeš hada s podmínkou. ● + ● = 16

$● \xleftarrow{5} ○ \xrightarrow{5} ●$

Radek vyřešil nejprve podmínku. Napsal 8 + 8 = 16. Čísla přepsal do hada. Do prostředního kroužku dopsal 3 a běžel to ukázat paní učitelce. Ta jej pochválila a řekla, ať hledá další řešení. Radek úlohu překreslil a do podmínky napsal 10 + 6 = 16. Čísla 10 a 6 přepsal do hada, do prostředního kroužku dopsal 5 a opět běžel za paní učitelkou. Cestou zjistil, že tam má chybu a k úloze se vrátil až doma. Žádné další řešení najít neuměl, tak požádal tátu, ať mu aspoň jedno další řešení ukáže. Ten mu řekl, že se na to večer podívá. Radek ale zkoušel dál a po slabé půlhodince přiběhl, že už to vyřešil: „Hele, tady a tady (ukazuje na modré kruhy v hadovi), to musí být stejný, protože to jede odtud (a ukázal na prostřední kruh v hadovi); tam musí být 8 a 8 a šmytec,“ řekl s radostí.

3. a 4. ročník

✎ Hadi umožňují zapisovat některé slovní úlohy.

Úloha 4. Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu 9. Které číslo si myslím?“ Pak úlohu vyřeš.

Karolína četla úlohu o myšleném čísle po kouskách a kreslila hada. Přečetla: „Myslím si číslo,“ a nakreslila kroužek. Přečetla: „Když je vynásobím 2,“ a nakreslila další kroužek, od prvního šipku ke druhému a nad šipku napsala ·2. Četla: „Přičtu 5,“ a nakreslila další šipku s kroužkem a nad šipku napsala +5; přečetla: „Dostanu 9,“ a dopsala do posledního kroužku číslo 9. Její obrázek měl tento tvar:

$○ \xrightarrow{\cdot 2} ○ \xrightarrow{+5} 9$

✎ Někteří žáci zcela spontánně pomocí hadů řeší i úlohy, jako je následující:

Úloha 5. V dubnu stojí bunda 700 Kč. Kolik stála v lednu, když od té doby její původní cenu snížili o třetinu a pak ještě o 100 Kč?

5. a 6. ročník

✎ Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry.

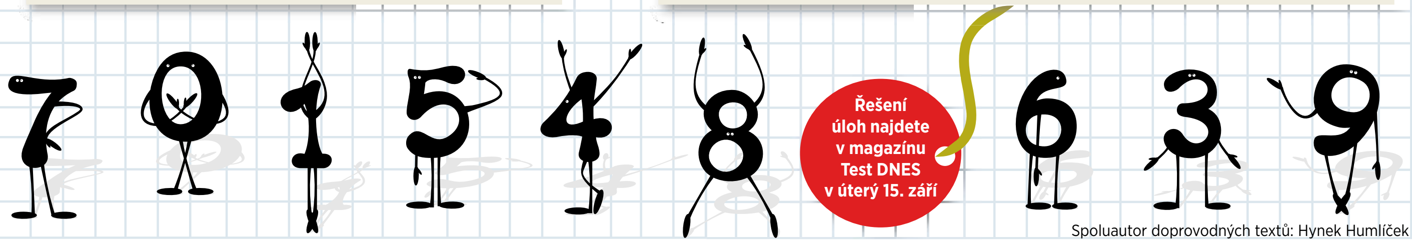
Úloha 6. Když v hadovi na dalším obrázku položím x = 1, zjistím, že y = 0.
Tato čísla jsou uvedena v prvním sloupci následující tabulky. Doplňte do tabulky scházející čísla.

$x \xrightarrow{+3} ○ \xrightarrow{\cdot 2} ○ \xrightarrow{-8} y$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	21	31	100	101	176
y	0															

Úloha 7. Rút nakreslila hada a řekla, že jej umí doplnit čísly nad šipkami tak, že tento had dá stejnou tabulku jako had z úlohy 6. Umíte to také?

$x \xrightarrow{■} ○ \xrightarrow{■} y$



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Spoluautor doprovodných textů: Hynek Humlíček

Matematika

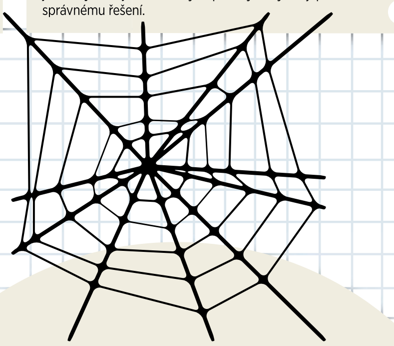
Jak učit děti s radostí

7. díl

Václav Strnad

pilotní učitel Hejného metody 2. stupně na ZŠ Brigádníků, Praha

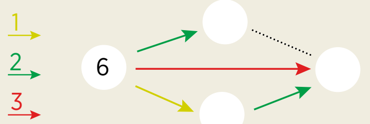
V naší kultuře je zažité, že chyba je něco trestuhodného. V mnoha situacích je to sice pravda, když se to týká například chyby pilota letadla nebo úředníka za přepážkou v bance. Ale ve výuce matematiky platí Chybo, budiž vítána. Chyba je významným nástrojem poznání. Nestačí chybu opravit. Je důležité chybu odhalit a poznat její příčinu. Role průvodce žáka (rodiče, učitele) je navodit situaci, aby žák měl možnost chybu objevit a v diskusi poznat její příčinu. V dnešním pokračování představíme prostředí Pavučiny, se kterým žáci pracují od konce 1. ročníku. Dítě zde dělá mnoho zajímavých výpočtů, používá metodu pokus–omyl. Tedy nejužitečnější rada, kterou může dítě dostat, je: „Tak něco zkus." Dítě zvolí nějaké číslo, ale to je potřeba prověřit, zda je správným řešením. Jestliže není, volí další číslo a proces ověřování se opakuje. Některé děti potřebují udělat pokusů a omylů více, jiné brzy získají vhled a svými pokusy se rychleji přiblíží ke správnému řešení.



Pavučiny

Od jednoduchých zákonitostí k rovnicím a posloupnostem

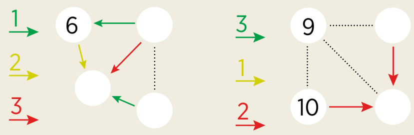
Pavučiny jsou strukturální prostředí. Děti zde pracují s čísly v abstraktní podobě a řešením promyšlených sérií úloh objevují zákonitosti. Získávají zkušenosti vztahující se k rovnicím a k porozumění obtížnějším pojmům aritmetiky, jakými jsou aritmetická posloupnost a aritmetická řada.



Vidíme zde čtyři kolečka, v jednom je číslo 6 a do tří prázdných koleček máme čísla dopsat. Dále je zde 1 žlutá šipka, 2 zelené a 1 červená a 1 vytečkovaná úsečka. Žlutá šipka značí „přičítej 1". Do dolního kolečka tedy dopíšeme 7 (6+1). Zelená šipka říká „přičítej 2". Do horního kolečka napíšeme 8 (6+2) a do pravého 9 (7+2). Červená šipka přičítá 3. Jen zkontrolujeme: 6+3 = 9. Tečkovaná úsečka spojuje čísla 8 a 9. Doplníme tedy žlutou šipku od 8 k 9.

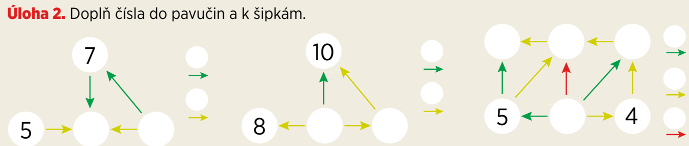
1. a 2. ročník

Úloha 1. Doplň čísla a šipky do pavučin.



První pavučina: Z pravého kolečka vede zelená šipka, která přičítá 1, do čísla 6. Hledáme tedy číslo, ke kterému když přičteme 1, dostaneme 6. Doplníme 5. Některé dítě odčítá (5 = 6–1). Nechme každému dítěti jeho vlastní postup. V dolním levém kolečku musí být 8 (6+2 nebo 5+3). V dolním pravém kolečku je 7 (protože 7+1 = 8, nebo 7 = 8–1) a doplníme žlutou šipku směřující dolů od 5 k 7.
Po vyřešení druhé pavučiny si některé děti všimnou, že do pravého dolního čísla 12 míří dvě červené šipky a obě začínají ve stejném čísle, v 10. Je to první zkušenost se zákonitostí, že když ze dvou kroužků vedou dvě stejně barevné šipky do jednoho kroužku, tak v těch dvou kroužcích musí být stejná čísla. Chceme-li, aby žáci objevili, že je to zákonitost, které lze využít při řešení některých úloh, připravíme jim sérii dalších pavučin – první a třetí pavučina v úloze 2.

Úloha 2. Doplň čísla do pavučin a k šipkám.

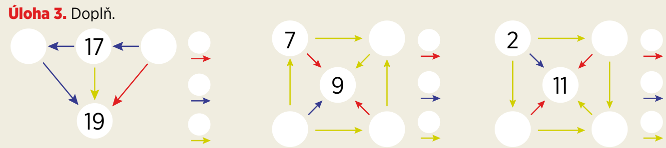


První pavučina: Žák řeší pokusem–omylem a volí například 6 do prostředního kroužku. Brzy ale zjistí, že pavučina nefunguje, že zelené šipky nepřičítají stejné číslo. Tedy zvolí další číslo, například 8. Opět pavučina nefunguje. Když zvolí doprostřed číslo 9, pavučinu dopočítá, vpravo je 5, a zjistí, že již funguje.

✎ Když si dítě zákonitosti nevšimne ani po několika dalších úlohách, které mu nabídneme, vůbec to nevadí, dítě pracovalo, hodně počítalo a získávalo vhled do situace. Třeba na ni přijde později nebo mu ji napoví jiný žák. Jen se zdržme zákonitost sami prozradit. Když vidíme, že dítě uvedenou zákonitost již využívá k řešení, zeptáme se, co kdybychom v zadání změnili 5 na 3, nebo 1. Když dítě odpoví, že tam budou vždycky stejná čísla, přivedli jsme jej ke skutečnému objevu zákonitosti, která je výše popsána. (Matematicky bychom ji mohli popsat takto: Jestliže pro reálná čísla x, y, a platí, že $x+a = y+a$, pak $x = y$.)

Dále ukážeme, jak děti získávají zkušenosti s řešením jednoduchých rovnic a s aritmetickou posloupností.

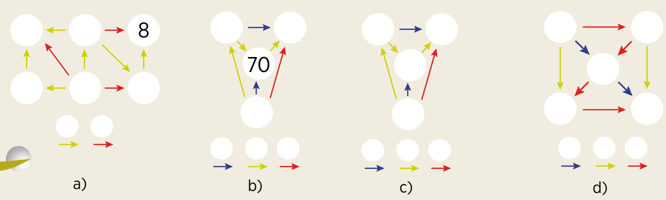
Úloha 3. Doplň.



V první pavučině vidíme sérii tří modrých šipek. Dítě vidí, že z čísla 17 se dostane dvěma modrými šipkami do 19. Situace je tak výmluvná, že je hned vidět, že vlevo je číslo 18. Modrá šipka tedy přičítá 1 a v pravém kroužku je 16. (Zapišme to jazykem matematiky: $17+2m = 19$, tedy $m = 1$. Číslo m je to, které přičítá modrá šipka. Dále můžeme říci, že čísla 16, 17, 18 a 19 jsou čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, která roste po 1.)
Ve druhé pavučině je situace obdobná, jen trochu méně přehledná.
Ve třetí pavučině jsou třemi žlutými šipkami spojena 4 čísla posloupnosti: 2, ?, ?, 11. Žák si ale říká: Z 2 do 11 se dostanu třemi žlutými šipkami. Ty přičtou dohromady 9, tedy jedna žlutá šipka musí přičíst 3.
V pavučinách si děti snadno zkontrolují, zda pavučina „funguje" a případně si samy mohou najít chybu.

3. a 4. ročník

Úloha 4. Doplň pavučiny, když víš, že **a)** nejmenší číslo je 5; **b)** největší číslo je 100; **c)** součet nejmenšího a největšího je 11; **d)** součet všech pěti čísel je 15.

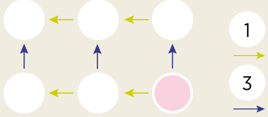


V úloze a) děti uvažují o pozici nejmenšího čísla pavučiny a argumentují, proč nejmenší číslo je zrovna to, ze kterého všechny šipky vycházejí. Obdobně pro největší číslo v úloze b). Úlohy c) a d) jsou již obtížnější a vyžadují mnohé počítání. Matematik by využil vztahů čísel v aritmetické posloupnosti a řešení by vedlo k rovnici o dvou neznámých. V c) je to $2x+3y = 11$, v d) $5x+10y = 15$, kde x je dolní, resp. pravé dolní číslo v pavučině a číslo y přičítá žlutá, resp. červená šipka. Rovnice v c) má 2 řešení v přirozených číslech a rovnice v d) jedno.

5. a 6. ročník

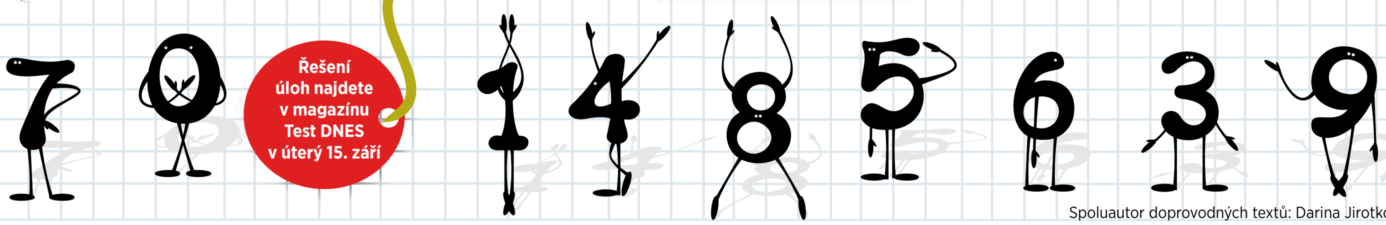
✎ Úlohou 5 otevíráme dokořán dveře rovnicím.

Úloha 5. Zvol růžové číslo tak, aby součet
a) tří dolních čísel byl 30;
b) tří horních čísel byl 30;
c) všech šesti čísel byl 51.



Děti, které již umí pracovat s neznámým číslem pomocí x, si doplní x do růžového kolečka a dále dopíší $x+1$ a $x+2$, a nahoru $x+3$, $x+4$ a $x+5$.

✎ Samozřejmě děti nenutíme do použití písmen. Písmena začnou používat, až uvidí, že jim přinášejí zjednodušení.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Spoluautor doprovodných textů: Darina Jirotková

Matematika

Jak učit děti s radostí

8. díl

Sandra Holáková

zástupkyně pro 1. st. na ZŠ Vratislavova, Praha 2, učí 4. rokem Hejného metodou

Jak se stavět k chybě, kterou udělám já učitel/rodič? Když mne dítě upozorní na chybu, poděkuji a nahlas uvažuji, proč jsem ji udělala. Tímto postojem ukazuji tři důležité věci. Jedna je, že chyba je přirozená věc, kterou může udělat každý. Druhá je, jak s chybou pracovat, jak se zamýšlet nad jejími příčinami. A třetí, jak jsem se z chyby poučila a co mám příště udělat, abych se jí nedopustila. To je velice účinný způsob prohlubování porozumění matematice. Učitelé, kteří takto postupují se svými žáky, brzy zjistí, že žáci sami, bez vyzvání, po každé své chybě oznamují její příčinu. Někdy dokonce rozmrzele doplní, že „minule jsem udělal stejnou chybu“. Když za chybu dítě káráme, zpomalujeme jeho rozvoj a znechucujeme mu oblast, ve které chybovalo. Když chybovalo v matematice, znechucujeme mu matematiku.

Myslím si číslo

Rozvíjíme krátkodobou paměť a řešitelské strategie

Prostředí „Myslím si číslo“ rozvíjí schopnost dítěte pracovat s číselnými vztahy pouze v paměti, tj. mentálně. Dítě, které to nesvede, si pomůže záznamem čísla nebo obrázkem na papíře. To můžeme poradit dítěti, které má s těmito úlohami těžkosti.

Mateřská škola

Dítě, které již dobře umí počítat do pěti, které dobře spočítá 3 míče a 1 míč, dostane úkol, ve kterém některé počítané předměty nevidí. Musí část výpočtu udělat jen mentálně.

Úloha 1: Dva plyšáky přikryji dekou. Kristián to vidí. Řeknu: „Teď pod deku přidám ještě medvídka (přidávám). Kolik zvířátek je pod dekou?“

Kristián běží, odhalí deku a spočítá. Ptám se jej, zda by to uměl i bez odhalení deky. To je druhý pokus, pak třetí. Nakonec se to povede. Kristián třeba zjistí, že se to dá udělat pomocí prstů. Tento trik mu ale neradíme, ochudili bychom jej o radost z objevu.

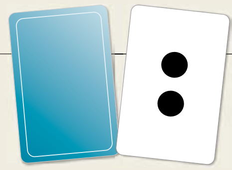
Úloha 2: Na schody dám panenku a o 3 schody výše méďu. Ptám se: „Kolik kroků musí udělat panenka, aby bylo vedle médi?“

Klára počítá a řekne „dva“. Žádám ji, ať to prověří. Stoupne si vedle panenky, kráčí a počítá. Zjistí, že musí udělat tři kroky. Další úlohu již vyřeší správně. Později přijde náročnější úloha.

Úloha 3: Na schodech je jen méďa. Řeknu: „Postav se na některý schod tak, že když uděláš tři kroky nahoru, budeš stát vedle médi.“

1. a 2. ročník

Úloha 4: Na stole leží dvě kartičky. Jedna leží rubem a druhá lícem. „Když přičtu tyto dvě tečky k těm, co se ukrývají na vedlejší kartičce, bude jich pět. Kolik teček se ukrývá na vedlejší kartičce?“ Odpověď si dítě prověří.



Úloha 5: „Myslím si číslo, když k němu přičtu jedna, dostanu čtyřku. Jaké číslo si myslím?“

Dítě si tipuje 2. Pomocí prstů zjistí, že 2 + 1 je málo. Jeho druhý tip je 3. To je dobře neboť 3 + 1 = 4. Popsaný způsob řešení nazýváme pokus-omyl. Jedná se o klíčovou řešitelskou strategii v procesu učení se matematice, proto v ní děti podporujeme. Díky těmto pokusům a omylům dochází děti k hlubším objevům.

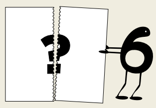
Ve 2. ročníku se objeví i záludné úlohy.

Úloha 6: „Myslím si číslo. Když k 11 přičtu myšlené číslo, dostanu 15. Jaké číslo si myslím?“

Složitější text vede některé děti k neúplnému uchopení textu. Dítě slyší čísla 11 a 15 a sloveso „přičtu“. Tak ta čísla sčítá a odpoví 26. Jenže slovo „přičtu“ zde není signálem na to, co se má udělat, ale antisignálem. Poznání příčiny této chyby dítěti výrazně pomůže k porozumění slovním úlohám.

Ve 2. ročníku se objeví již i polovina.

Úloha 7: „Myslím si číslo. Jeho polovina je šest. Jaké číslo si myslím?“



Úloha 8: „Myslím si číslo. Když k němu přičtu polovinu čísla 8, dostanu 13. Jaké číslo si myslím?“

Dítě úlohu rozloží na dvě úlohy. Nejprve najde polovinu z 8, tj. 4. Pak hledá číslo □, pro které je □ + 4 = 13. Zkusí číslo 10, vyjde mu 14. A již vidí, že to hledané číslo je 9. Je vidět, že dítě již nepostupuje jen náhodným dosazováním čísel, ale již využívá nabitých zkušeností při práci s čísly.

3. a 4. ročník

Ve 3. a 4. ročníku stoupá obtížnost úloh. Pokračují úlohy se zlomky, přichází rovnice a zvyšuje se číselný obor.

Úloha 9. „Myslím si číslo, jeho čtvrtina je 7. Jaké číslo si myslím?“

Úloha 10. „Myslím si číslo. Když k jeho pětinásobku přičtu 6, dostanu 21. Jaké číslo si myslím?“

Úloha 11: „Myslím si číslo. Jeho polovina je o 2 větší než jeho čtvrtina.“

Před několika lety skupina učitelek viděla, jak ve 4. třídě Jitka Michnová dala tuto úlohu žákům v rozcvičce. Učitelky udivilo, když se během krátké chvíle objevila správná řešení. Lucka vysvětlila, jak to řešila: „Nakreslím kruh rozdělený na čtvrtiny. Čtvrtina je polovina poloviny. Takže sem napíši 2.“ Dvojku napsala Lucka do všech čtvrtin. Součet je 8. Řešení tedy nespočívalo v počítání, ale v malování. V jednoduchém uchopení celé situace.

5. a 6. ročník

Žáci už řeší složitější slovní úlohy. Zjistí i to, že někdy je slovní úloha po přepsání do rovnic složitější než úloha řešená jen vhledem. Pěkná ilustrace je úloha 11. Ta po přepsání do rovnice zní

$$\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 2$$

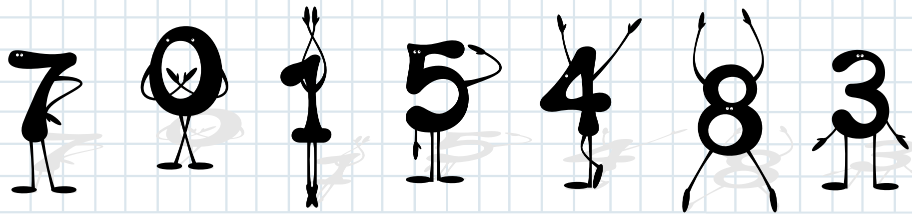
Tuto úlohu asi žáka cvičeného v řešení rovnic nenapadne řešit pomocí obrázku. Ale toho žáka, co tenkrát na řešení obrázkem přišel, to napadnout může.

Další takovou úlohou může být:

Úloha 12. „Myslím si dvě čísla. První je o tři větší než druhé. Součet obou je 7. Jaká čísla si myslím?“

Někteří žáci úlohu mohou řešit metodou pokus–omyl. Zvolí nějaké číslo, zvětší jej o 3 a zkoumají, zda po sečtení zvoleného a zvětšeného čísla dostanou 7. S číslem 1 to nevyjde, ale s číslem 2 to vyjde. Jiní žáci si tuto úlohu zapíší jako soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

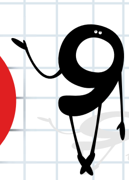
$$y = x + 3$$
$$x + y = 7$$



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Příští díl vyjde v pondělí 14. září

Zítra čtěte ve Víkendu: Mistři čísel



Spoluautorka doprovodných textů: Jana Slezáková

Matematika

Jak učit děti s radostí

9. díl

Martina Hálová

lektorka H-mat, učí na 1. i 2. stupni na FZŠ Barrandov II při PedF UK

Každý z nás se jistě někdy ve škole setkal se situací, kdy sklopil zrak a snažil se vypadat úplně nenápadně, pokud na položenou otázku neměl odpověď, nebo si jen nebyl jistý správností své myšlenky. Strach z neúspěchu a pokárání nám často uzavřel cestu k dalším úvahám. Tím, že nám strach zablokoval myšlení, překazil nám radost a chuť do dalšího učení. Odstraněním strachu z hodin matematiky (a nejen matematiky), strachu z chyby nebo nedokonalých řešení se můžeme posunout mnohem dále při řešení problémů, při poznávání nových věcí. Bezpečné prostředí vzájemné důvěry mezi učitelem a žákem je klíč k touze dítěte objevovat a učit se.

Zlomky

Utváříme představu o zlomku od části celku k číslu

Zlomky znali již staří Babyloňané. Více než tisíc let poznávali jen zlomky kmenové, tj. ½, ⅓, ¼, ⅕...* Proto i my s těmito zlomky seznamujeme děti již od první třídy.

*Z typografických důvodů používáme pro zápis zlomků šikmé lomítko. Děti se však setkávají v našich učebnicích se standardním zápisem zlomku.

Např. $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

Mateřská škola

I dítě předškolního věku běžně slyší, že maminka kupuje půlku chleba, že pojedeme čtvrt hodiny, že skončila první třetina zápasu. Hlubší porozumění těmto slovům dítě získá, když samo dělí lentilky nebo koláč mezi dva nebo i více kamarádů.

Lentilky dělí rozdělováním „jedna tobě, jedna mně, jedna tobě,...". Když je lentilek lichý počet, dostane kamarád o jednu více. Zjistíme to, když lentilky seřadíme do dvou zástupů vedle sebe.

Koláč dělí dítě krájením. Jedno dítě krájí a druhé si jako první volí svoji polovinu. I dělení koláče na čtvrtiny umí více předškoláků. S dělením koláče na třetiny je to složitější.

Zeptá-li se dítě rodiče, co je to pětina, řekneme mu, že když koláč spravedlivě rozdělíme mezi pět dětí, každý dostane jednu pětinu. Když se předškolák neptá, nic mu o zlomcích neříkáme, ani jej na tento jev neupozorňujeme. Snaha o předčasné vyučování dítěte může v jeho mysli vyvolat nechuť, ne-li odpor ke zlomkům.

1. a 2. ročník

Slova „rozpůlit" a „polovina" jsou vstupní branou do světa zlomků. Najít střed proužku papíru je totéž, co rozdělit proužek na poloviny.

Každý žák dostane proužek papíru a tužkou na něm vyznačí střed. Pak přeložením proužku zjistí, jak se mýlil. Úlohu mnoho žáků chápe jako výzvu naučit se najít střed. Ve svém vědomí tak propojují polovinu a střed, aritmetiku a geometrii.

Úloha o dělení zvířátek do tří stejně silných družstev dává žákům zkušenost se zlomkem třetina, o čtvrtině se mluví v souvislosti s hodinami, na konci druhého ročníku žák zjišťuje, kolik dní je pětina června a kolik šestina června.

3. a 4. ročník

Na začátku třetího ročníku můžeme dětem nabídnout následující úlohy. Děti pracují se zlomky, pojmenovávají je, ale ještě nezapisují. Dříve se učí jim porozumět a pak až zapisovat.

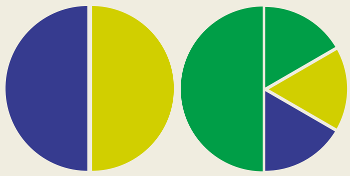
Úloha 1. Polovina tyče je natřena na modro, čtvrtina na zeleno a zbytek na červeno. Jak dlouhá je modrá a jak červená část, když celá tyč měří **a)** 20, **b)** 60, **c)** 72 centimetrů?

Důležité zde je, že se děti seznamují s polovinou a čtvrtinou na jiném modelu, než jsou lentilky nebo pizza. Na obrázku vnímají, že dvě čtvrtiny jsou jako polovina. Když dáme dětem tyč nebo její obrázek, můžeme pracovat i s její skutečnou délkou a řešení mohou děti zjistit, nebo ověřit měřením.

Úloha 2. Čtvrtina tyče je natřena na modro, zbytek na zeleno. Jak dlouhá je modrá část a jak celá tyč, když zelená část měří **a)** 30, **b)** 60, **c)** 45, **d)** 21, **e)** 42, **f)** 63 centimetrů?

V zadání úlohy se mluví jen o čtvrtině, ale žák pracuje se zelenou částí, což jsou tři čtvrtiny. Tedy známe délku tří čtvrtin. Když si dítě nakreslí obrázek tyče a vyznačí čtvrtinu, jednu z nich obarví na modro, uvidí, že zelená část má tři čtvrtiny, tedy danou délku rozdělí na tři stejné části, a tak dostává čtvrtinu.

Ve čtvrtém ročníku začínáme zlomky zapisovat čísly. Žáci řeší i úlohy, které řešili písaři starého Egypta. Ti uměli zapisovat jenom kmenové zlomky a například zlomek 2/3 nevnímali jako část celku, ale jako jeden díl při dělení dvou chlebů mezi tři podílníky. Chleby dělili tak, že každý dostal úplně stejné kusy, těch kusů bylo co nejméně a byly různé. Nikdo neměl dva kusy stejné. Na obrázku vidíme, jak to dělali.

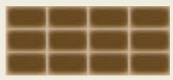


Tedy každý podílník dostává $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ chleba. Žáci řešením úlohy odhalí rovnost $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$.

Podobně když dělí 3 chleby mezi 5 podílníků, nebo 2 chleby mezi 5 podílníků, odhalí žáci rovnosti $\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ a $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

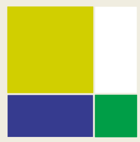
Žáci se takto naučí rozkládat zlomky na součet kmenových zlomků. Sčítání a odčítání zlomků odhalí pomocí čokolády.

Úloha 3. Pomocí čokolády vypočítej **a)** $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.



Čokoláda obsahuje 12 ▬ . ⅓ čokolády je jeden řádek, tedy 4 ▬ .
¼ čokolády je jeden sloupeček, tedy 3 ▬.
4 ▬ + 3 ▬ = 7 ▬. Ale 1 ▬ = $\frac{1}{12}$ čokolády.
Tedy a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$; b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

Úloha 4. Čtverec na obrázku je rozdělen na 4 části. Obvod žlutého čtverce je 8 cm, obvod zeleného čtverce je 4 cm. Zjisti, jakou částí obsahu celého čtverce je **a)** zelený čtverec, **b)** obdélník složený z modrého a zeleného pole, **c)** žlutý čtverec, **d)** modrý obdélník.



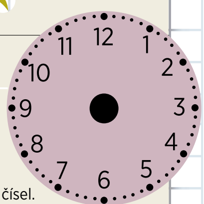
Žák si může obrázek překreslit na čtverečkovaný papír. Ví, že strana žlutého čtverce je 2 a zeleného 1. Nakreslí tedy čtverec 3 x 3 a rozdělí jej stejně jako na obrázku. Zbytek je již jednoduchý.

Úloha 5. Podobný obrázek jako je ten z úlohy 4, ale rozměry má jiné. Víme, že obvod bílého obdélníku je 16 cm a obvod obdélníku složeného z modrého obdélníku a zeleného čtverce je 20 cm. Dále víme, že obsah žlutého čtverce je $\frac{9}{16}$ obsahu celého čtverce. Zjistěte, jakou částí celého čtverce je modrý obdélník.

Žák může použít metodu pokus-omyl. Protože bílý obdélník má obvod 16 cm, jsou jeho rozměry 1 x 7, nebo 2 x 6, nebo 3 x 5. Budeme tedy vyšetřovat tři uvedené případy.

5. a 6. ročník

V pátém ročníku ke sčítání zlomů používáme i ciferník.

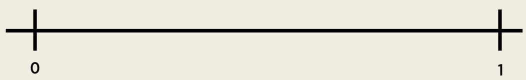


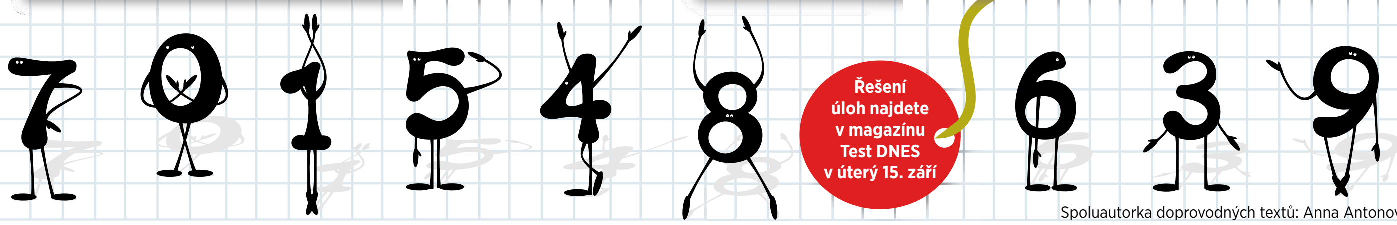
Úloha 6. Vypočítej pomocí ciferníku **a)** $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ **b)** $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$

Zlomek je nástroj na práci s částmi. Není to nástroj jediný. Druhý takový nástroj jsou desetinná čísla. To, že **½ = 0,5** a **¾ = 0,75** , znají již čtvrťáci. Teď přichází náročnější úlohy na propojení zlomků a desetinných čísel.

Úloha 7. Na číselné ose vyznač čísla 0, 1, ½, ⅓, ⅔, ⅙ a ⅚. Zjisti, do kterého z intervalů tvého obrázku padne číslo:

a) 0,1
b) 0,2
c) 0,3
d) 0,4
e) 0,5
f) 0,6
g) 0,7
h) 0,8
i) 0,9
j) 0,33
k) 0,34





Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Spoluautorka doprovodných textů: Anna Antonová

Matematika

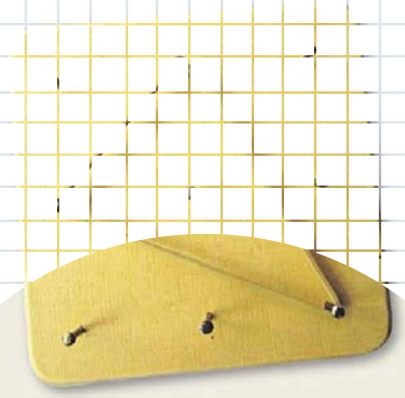
Jak učit děti s radostí

10. díl

Ludmila Šimšíková

lektorka H-mat, učitelka Cyrilometodějské církevní ZŠ v Brně

Pamatujete si ještě definici lichoběžníku nebo vzoreček pro obsah kosočtverce? Ne? Proč se nám to neudrželo v paměti? Protože jsme to nepotřebovali? A proč jsme se to tedy učili? Problém je v tom, jak jsme se to učili. Učitel, který vede žáky k autonomnímu hledání řešení a objevování vztahů, rozvíjí jejich schopnost řešit problémy, posiluje jejich intelektuální sebevědomí a dává jim tak mnohem víc než učitel, který jim ukazuje, jak ten či onen typ úlohy řešit. První cesta vyžaduje trpělivost a čas, výsledky se dostavují pomaleji, ale jsou trvalejší, hlubší a schopné dalšího rozvoje. Provází je žákova radost z vlastního růstu. Druhá cesta je rychlejší, ale žák dostává spíše informaci než skutečný poznatek. Navíc se mu dostává poselství, že nemá nic vymýšlet, ale reprodukovat to, co mu učitel ukáže. Jsme přesvědčeni, že účinnější je první cesta.



Geoboard a mříž

Manipulativní zkušeností k porozumění 2D geometrii

Rozhovor žáka 6. ročníku s učitelem. **U:** Jak je definován ostroúhlý trojúhelník? **Ž:** Má všechny úhly ostré. **U:** A co trojúhelník tupoúhlý? **Ž:** Ten má všechny úhly tupé. **U:** Můžeš mi takový trojúhelník nakreslit? **Ž:** To neumím, já to umím jenom říct.

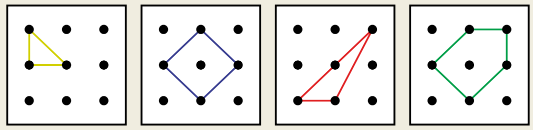
O čem svědčí výpovědi našeho žáka? Žák umí tvořit analogická tvrzení, ale geometrii má uchopenu pouze slovy, definicemi a možná i vzorci, za nimiž chybí představa a porozumění.

Představíme nyní prostředí, ve kterém děti získávají mnoho zkušeností s geometrickými útvary, jejich vlastnostmi a vztahy mezi nimi, v němž mají možnost snadno argumentovat a vyvozovat pravidla. Zkušenosti, které procházejí rukama, jsou cenné. Začneme tedy manipulacemi na geoboardu. Geoboard je deska s 9 (nebo i více) kolíky rozmístěnými do čtverce 3x3 (4x4, 5x5, ...). Na kolíky natahujeme barevné gumičky´ a tvoříme různé obrazce.

1. a 2. ročník

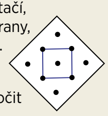
S řadou činností, které dále uvedeme pro žáky 1.–2. ročníku, mohou začít i děti v předškolním věku. Důležité je, že dítě zde „myslí rukama“ a poznává pojmy, které později dostanou název jako mnohoúhelník, vrchol, strana, úhlopříčka apod. Začínáme volnou tvorbou. Žáci si s geoboardem hrají, tvoří různé obrazce. O nich si povídáme. Děti používají metaforický jazyk – vypadá to jako domeček, jako zobák apod. Dospělý děti neopravuje, ale sám se snaží používat správné termíny. Ty pak děti od něj postupně převezmou.

K těmto čtyřem obrazcům se budou vztahovat úlohy 1. až 8.



Úloha 1. Vytvoř na svůj geoboard postupně obrazce podle obrázku

Při kopírování obrazce na geoboard dítě začíná obrazec vnímat hlouběji. Už nestačí, že vypadá jako šipka, ale vnímá jeho vlastnosti, např. má pět vrcholů, různě dlouhé strany, pravý úhel, gumička se dotýká pěti kolíků apod. Dítě při kopírování obrazce analyzuje.



Časté diskuse se týkají druhého modrého obrázku. Je to kosočtverec, nebo čtverec? Dítě vidí čtverec „postavený na koso“. Geoboard ale umožní obrazcem pootočit a žáci tak poznávají, že název obrazce nezáleží na jeho poloze. Vidí, že je to čtverec.

Následující série úloh směruje naši pozornost na pojem délka úsečky a obsah obrazce, jednotka obsahu a odhalení způsobu, jak určit obsah útvaru bez vzorečku.

Úloha 2. Modrý tvar rozděl na dvě stejné části. Totéž udělej se žlutým i zeleným tvarem.

Úloha 3. Ke žlutému trojúhelníku přidej hnědý trojúhelník, tak, aby oba trojúhelníky dohromady tvořily čtverec.

Úloha 4. K červenému trojúhelníku přidej hnědý trojúhelník tak, aby oba trojúhelníky dohromady tvořily trojúhelník, který je zvětšením trojúhelníka žlutého (tj. trojúhelník pravoúhlý, rovnoramenný).

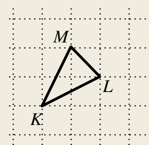
Úloha 5. Červený trojúhelník má tři strany a zelený pětiúhelník jich má pět. Uspořádej tyto strany od nejkratší po nejdelší.

Úloha 6. Představ si, že máš trojúhelníkový kachlík, který se přesně vejde do žlutého trojúhelníka. Kolik takových kachlíků je třeba na pokrytí **a)** modrého čtverce, **b)** zeleného pětiúhelníku?

3. a 4. ročník

Z geoboardu přecházíme na čtvercovou mříž. Z kolíků se staly **mřížové body** a obrazcům budeme říkat mřízové – **mřížový trojúhelník** atd. Při hře Telefon děti popisují mřížové obrazce jakoby někomu do telefonu. Pak dostanou výzvu, aby zapsaly obrazce pomocí znaků. Po několika pokusech a diskusích se objeví **šipkový zápis** mřížového obrazce, neboť jazyk šipek znají děti z Krokování.

Na obrázku je trojúhelník KLM, který je zapsán pomocí šipek takto: $K \rightarrow\rightarrow\uparrow L \uparrow\leftarrow M \leftarrow\downarrow\downarrow K$. Zápis čteme: Začínám v bodě K, udělám dva kroky vpravo, jeden nahoru a zde označím bod L. Z bodu L pokračuji krok nahoru, krok doleva a zde je bod M. Pro kontrolu z M udělám jeden krok doleva a dva dolů, jsem opět v K. Narýsuji úsečku KL, LM a také MK.



Úloha 7. Tři šipkové zápisy popisují tři obrazce z obrázku nad první úlohou. Vrcholy nejsou popsány písmeny, pouze označeny tečkami. Najdi je a doplň šipkový zápis čtvrtého obrazce.

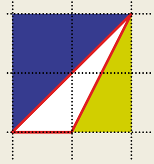
$\bullet \downarrow\rightarrow \bullet \uparrow\rightarrow \bullet \uparrow \bullet \leftarrow \bullet \downarrow\leftarrow \bullet$ $\quad$ $\bullet \rightarrow \bullet \rightarrow\uparrow\uparrow \bullet \leftarrow\leftarrow\downarrow\downarrow \bullet$ $\quad$ $\bullet \rightarrow \bullet \uparrow\leftarrow \bullet \downarrow \bullet$

Jednotkou obsahu pro nás bude nyní jeden čtvercový kachlík.

Úloha 8. Žlutý trojúhelník má obsah půl čtvercového kachlíku. Zjisti obsah každého z útvarů na obrázku nad první úlohou.

Žáci najdou obsah modrého i zeleného útvaru, ale s červeným trojúhelníkem je problém. Žáci jej různě stříhají, někteří dojdou i k závěru, že obsah je jeden čtvercový kachlík, ale jistotu nemají. Radou je jim následující úloha.

Úloha 9. Zjisti obsah žlutého, modrého i bílého trojúhelníku na obrázku.



Žáci snadno zjistí, že modrý trojúhelník má obsah 2 kachlíky, protože je to polovina celého čtverce a ten má obsah 4 kachlíky. Žlutý trojúhelník je polovina obdélníku s obsahem 2 kachlíky, tedy má obsah 1 kachlík. Pak některý žák objeví klíčovou myšlenku: bílý trojúhelník získáme, když od čtverce (4 kachlíky) „odřízneme“ modrý a žlutý trojúhelník. Tedy pro výpočet obsahu platí: **4 – 2 – 1 = 1**. Obsah bílého trojúhelníku je jeden kachlík.

5. a 6. ročník

Následující úlohy jsou přípravou na objev Pythagorovy věty.

Úloha 10. Je dána úsečka AB šipkovým zápisem

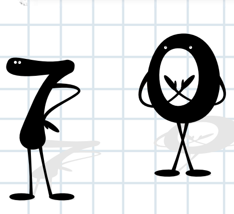
a) $A \rightarrow\uparrow B$

b) $A \rightarrow\rightarrow\uparrow B$

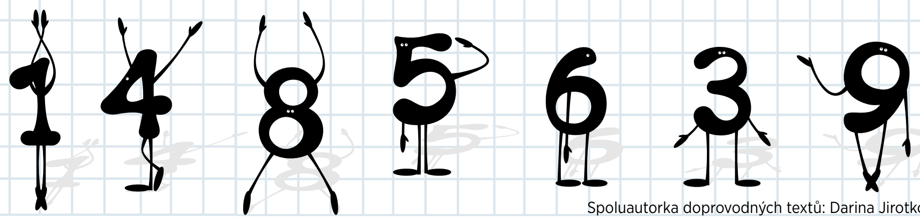
c) $A \rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow B$

d) $A \rightarrow\ldots\rightarrow\uparrow B$ (tři tečky znamenají, že šipek doprava bude libovolně)

Nakresli ji v mříži a dorýsuj čtverec $ABCD$.
Dopiš šipkový zápis čtverce a spočítej jeho obsah.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 22. září



Spoluautorka doprovodných textů: Darina Jirotková

Matematika

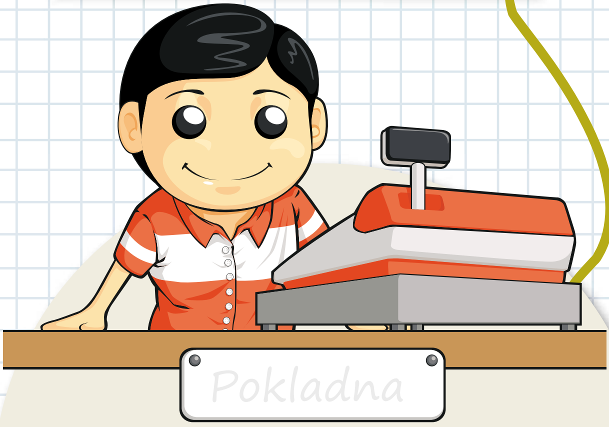
Jak učit děti s radostí

11. díl

Jana Slezáková

přednáší na PedF UK v Praze, spoluautorka materiálů pro MŠ a učebnic pro 1. st., lektorka, tutorka Hejného metody

Novorozeně přichází na svět vybaveno potřebou růstu. Tělesného i duševního. Učí se chodit, učí se mluvit. Když to již umí, má potřebu rozvíjet schopnost myslet. Dcera se mi chce pochlubit tím, na co přišla ve školce. Jde to ztuha, protože není lehké zformulovat myšlenku. Nejraději bych to řekla za ni, neboť vím, co objevila. Ale odolám pokušení a poslouchám dívčino kostrbaté povídání. Nakonec se jí to povede a máme radost obě. Dcera z toho, že jsem pochopila její povídání, já z jejího pokroku.



Mince

Číslo jako počet a jako hodnota

Prostředí mince dává dítěti zkušenost s rozdílem mezi počtem a hodnotou. Pětikoruna má větší hodnotu než tři korunové mince, kterých je více. Ilustruje to následující příběh. V obchodě dává máma prodavačce na dlani dvě mince: korunovou a dvoukorunovou. Říká: „Tady jsou tři koruny". Její syn sedící v nákupním vozíku protestuje: „Dvě!" Moudrá máma vymění dvoukorunu a podává prodavačce tři korunové mince. Tentokrát je syn spokojen. Hoch zná číslo jako počet, ale zatím ne jako hodnotu.

Mateřská škola

✎ Dcerka si ráda hrála na obchod. Já byla prodavačka, ona kupující (nebo obráceně) a vedly jsme řeči, jaké dívka slyšela v obchodě. Po jisté době sama obohatila hru o peníze, které jsme si vyrobily. Později jsem musela vzít opravdové mince. Dívka pochopila, že když si v mém obchodě kupuje tužku za 3 Kč, může dát dvě mince. Dokonce i to, že když mi dá dvě dvoukorunové, musím ji 1 Kč vrátit. A chtěla již platit i pětikorunou. Když již má dítě zkušenosti s jednokorunovými a dvoukorunovými mincemi, může řešit úlohu:

Úloha 1. (hra) Dvě hromádky mincí. Na první jsou tři jednokorunové mince a na druhé jsou dvě dvoukorunové mince. Jednu hromádku volí dítě, druhou dostane medvídek. Pak oba půjdou nakupovat do mámina obchodu. Tam je ke koupi i míč za 4 Kč. Kdo si jej bude moci koupit?

1. a 2. ročník

✎ Hra na obchod pokračuje. Kupující i prodavači jsou žáci. Mince jsou žetony různé hodnoty odlišené barvou a velikostí. Když kupující pětikorunou platí gumu za 4 Kč, prodavač mu vrátí 1 Kč.

Úloha 2. Před dítětem je položeno 8 předmětů, u každého je cenovka (od 4 do 20 Kč). Vedle jsou průhledné sáčky s mincemi a žák má ke každé věci přiřadit sáček s daným obnosem peněz.

Úloha 3. Na obrázku jsou tři děti a 7 mincí.
Rozděl peníze spravedlivě.

Po prvních neúspěšných pokusech přidělí žák každému mince v hodnotě 5 korun a zůstane mu jedna jednokorunová a jedna dvoukorunová mince. Pak jej napadne změnit řešitelskou strategii. „Nebudu peníze rozdělovat, ale každému dám obnos 6 Kč."

Úloha 4. Květa má několik pětikorunových mincí a jednu jednokorunovou minci. Šárka má 7 stejných mincí. Když dá Květa Šárce 1 Kč, budou mít obě dívky stejně. Kolik korun má Květa a kolik Šárka?
Viděla jsem dva žáky osmé třídy, jak se pokoušeli tuto úlohu řešit rovnicemi. Po několika neúspěšných pokusech vyřešili úlohu metodou pokus-omyl. Spokojeni nebyli, neboť: „My to nevyřešili, ale uhodli." Řekla jsem jim, že nevidím důvod neuznat metodu, která vede ke správnému výsledku. Asi to nevzali.

3. a 4. ročník

✎ V prostředí mince se objevují stále obtížnější úlohy, které rozvíjí i kombinatorické schopnosti dětí. Děti si procvičují i zaokrouhlování.

Úloha 5. Kolika různými způsoby zaplatíte 25 Kč pomocí
a) tří mincí **b)** čtyř mincí **c)** pěti mincí?

Úloha 6. Žluté lízátko stojí 3,60 Kč a červené 3,70 Kč. Dopoledne si Jára koupil žluté a odpoledne červené lízátko. Pokaždé zaplatil 4 Kč. Radim mu řekl, že kdyby si koupil obě lízátka najednou, 1 Kč by ušetřil. Má Radim pravdu?

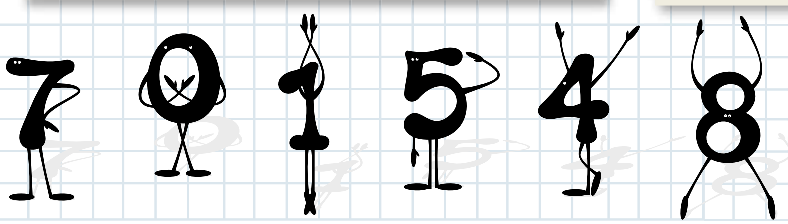
5. a 6. ročník

✎ Trojice úloh naznačí šíři matematických myšlenek, které v prostředí mince lze rozvíjet.

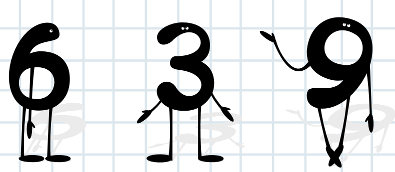
Úloha 7. „Aleš má 3 mince: 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč. Boris má čtyři jednokorunové mince a Cyril má jednu dvacetikorunovou minci. Hoši vyhráli 99 Kč. Dostali dvě padesátikorunové mince a vrátili 1 Kč. Jak si hoši mince spravedlivě rozdělí?
Klíčem k řešení je otázka: Kolik bude mít nakonec Aleš, kolik Boris a kolik Cyril? Kdybychom žákovi tuto otázku položili, tak jsme za něj úlohu vlastně vyřešili.

Úloha 8. Na stole leží 75 Kč v 8 mincích. Tři z nich patří Evičce, zbytek Daně. Když Eva zvýší svůj majetek o třetinu a Dana svůj majetek sníží o čtvrtinu, budou mít obě dívky stejně. Které mince má Eva?

Úloha 9. Tomáš má několik pětikorun a 1 Kč. Ondřej má několik dvoukorunových mincí. Oba mají stejně peněz. Zjistěte, kolik mincí má Tomáš a kolik Ondřej, když víte, že dohromady mají
a) 4 mince, **b)** 25 mincí, **c)** 95 mincí.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 22. září



Spoluautorka doprovodných textů: Hana Kubová

Matematika

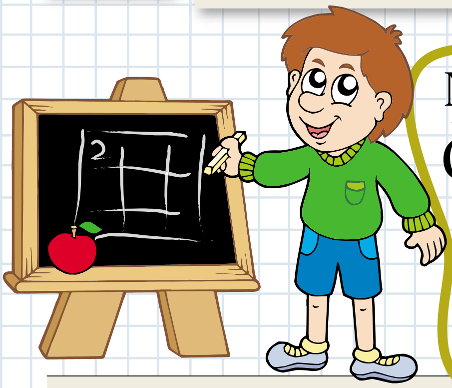
Jak učit děti s radostí

12. díl

Eva Šubrtová

lektorka H-mat, učí na Křesťanské ZŠ a MŠ Eliáš v Praze

Dítě je zvídavé a tvořivé. V jeho hlavě se rodí spousta myšlenek, jeho zkušenosti a poznatky se neustále formují, propojují a zrají. Stejně jako neuspěcháme pečení chleba zvýšením teploty pece, i dítěti musíme dát čas, aby se v něm představy a myšlenky samy „dopekly". Při řešení úloh si s ním tedy povídáme a klademe otázky (co jsi vytvořil, jak poznáš, že...). Neptáme se však proto, abychom získali příležitost mu to pěkně vysvětlit, ale abychom slyšeli, co nám o tom dítě samo poví. Tím, že nám něco vysvětluje, je nuceno formulovat své myšlenky, a pokud se mu to napoprvé moc nezdaří, bude se pokoušet svoje vysvětlení zpřesňovat. Tím zpřesňuje a prohlubuje i svoje myšlení. Snaha rodiče dítěti věci vysvětlit vede k oslabení potřeby dítěte věcem porozumět. Dítě se tím nedostává ke skutečnému poznání, ale pouze k jeho protéze.



Násobilkové čtverce

Od násobilky k algebře

Prostředí násobilkových čtverců začíná až ve 2. ročníku. Je důležité nejen pro operaci násobení, ale i pro dělitelnost a algebru.

2. ročník

2	6	3
4		15
2	10	5

Úloha 1. Násobilkový čtverec na obrázku má čtyři rohová čísla (v žlutých polích) a čtyři středová čísla (v zelených polích).

a) Vysvětli, jak ze čtyř rohových čísel můžeme najít všechna středová čísla.

b) Vysvětli, jak ze čtyř středových čísel můžeme najít všechna rohová čísla.

Úlohu a) vyřeší žáci snadno. Trochu náročnější je úloha b), protože zde nejde o jednoduché násobení, ale o rozklad čísla na součin. Někdy hned na první pokus žák správně rozloží horní číslo 6 na 2×3 a zbytek již jde lehce. Někdy se to povede až na druhý pokus.

Úloha 2. Doplň scházející čísla.

a)

2		4
3		3

b)

	10	5
5		1

c)

	10	
4		5

Horní řádek náročnější úlohy c) je stejný jako u čtverce z úlohy b). To napoví řešení. Všechny úlohy, které jsme zatím řešili, měly vždy jediné řešení. Následující úloha jich bude mít více.

Úloha 3. Vytvoř si násobilkový čtverec. Všechna čtyři středová čísla jsou stejná: 6. Najdi všechna rohová čísla.

Když horní levé rohové číslo žák zvolí 1 (2, 3, nebo 6), lehce dopočítá zbylá tři rohová čísla. Na papíře teď leží čtyři řešení a žák se ptá, zda ta dvě, ve kterých máme dvě jedničky a dvě šestky, jsou různá, nebo stejná. Odpovíme, že je na něm, jak si to zvolí. Když se rozhodne považovat je za stejná, protože jedno je jen pootočením druhého, bude úloha mít jen 2 řešení. V opačném případě bude mít řešení 4.

3. a 4. ročník

Úloha 4. V násobilkovém čtverci je horní středové číslo 18. Další dvě středová čísla jsou 27 a 81. Najdi čtvrté středové číslo a doplň rohová čísla. Hledej více řešení.

Náročná úloha. Žák nejprve zjistí, že dolní středové číslo musí být buď 27, nebo 81. Když je dolní středové číslo 27 a pravé středové je 81, tak levé středové vychází 6. Teď má úloha 2 řešení. Když je dolní středové číslo 81 a pravé středové je 27, tak levé středové vychází 54. Teď má úloha 3 řešení.

Úloha 5. Doplň číslo v modrém rohu tak, aby součet všech čtyř středových čísel byl **a)** 9, **b)** 12, **c)** 15, **d)** 21, **e)** 30, **f)** 54.

1		
1		2

Začínáme pomocí série úloh odhalovat hlubší zákonitosti tohoto prostředí. Do pravého horního rohu žák postupně dosadí čísla 1, 2, 3... a odhalí vztah mezi dosazeným číslem a součtem čtyř středových čísel.

Úloha 6. Ve čtverci z úlohy 5 změň horní číslo 1 na 2. Když do modrého pole doplníš 1 a najdeš čísla středová, bude jejich součet 8. To je v prvním sloupci tabulky. Doplň tabulku:

číslo v modrém poli	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	25	50
součet středových čísel	8												

Úloha 7. Ve čtverci z úlohy 5 změň číslo 2 na 3. Pro tento čtverec vytvoř stejnou tabulku jako v úloze 6. Obě tabulky porovnej.

To, že jsou obě tabulky stejné, musí mít nějakou příčinu. Potřeba žáka odhalit toto tajemství je hlavním cílem úlohy 7. Nápovědou k hledání tajemství je následující úloha.

Úloha 8. Čtverce zkoumané v úlohách 6 a 7 vedou ke stejné tabulce. Najdi ještě jiný čtverec (v dolním levém poli je 1, do horního levého a dolního pravého čtverce dáš vhodná čísla), který povede ke stejné tabulce.

5. a 6. ročník

d	G	c
H		F
a	E	b

✎ Čísla v násobilkovém čtverci označíme písmeny tak, jak vidíme na obrázku. Hledáme dva klíčové vztahy:

1) jak ze znalosti čísel E, F, G najít číslo H.

2) jak ze znalosti čísel a, b, c, d rychle najít číslo E + F + G + H.

Vím o žákovi druhého ročníku, který přinesl do třídy klíčový vztah 2). Získal jej od rodiče. V domnění, že dělá synovi dobře, ublížil mu. Podobně, jako kdyby za něj snědl čokoládu. Ochudil dítě o radost z objevu, nebo z podílení se na společném objevu se spolužáky.

Úloha 9. Najdi H a F, když znáš E = 1 a **a)** G = 4; **b)** G = 20. Hledej všechna řešení.

Úloha 10. Najdi H a F, když znáš **a)** E = 4, G = 5; **b)** E = 16, G = 27. Hledej všechna řešení.

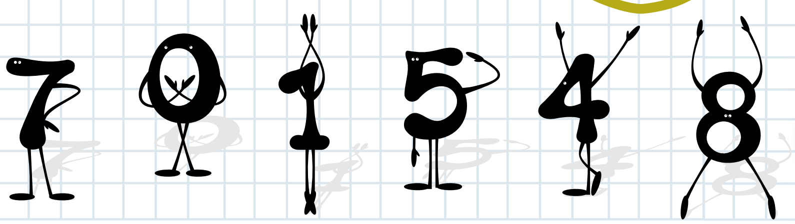
Žáci, kteří vyřešili poslední úlohu 10b), již asi odhalili klíčový vztah 1). Vztah znají, ale zatím neví, proč platí. K tomu jim pomůže algebra a v šestém ročníku tato úloha:

Úloha 11. Najdi vztah, kterým jsou vázána středová čísla E, F, G, H. Vztah dokaž.

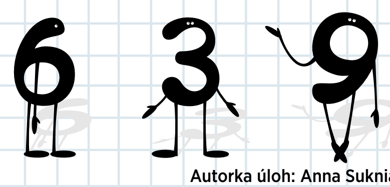
Poslední úloha ukazuje cestu k odhalení klíčového vztahu 2).

Úloha 12. Najdi přirozená čísla tak aby součet E + F + G + H byl **a)** 10, **b)** 14, **c)** 22, **d)** 26, **e)** 12, **f)** 60, **g)** 120.

Hledej více řešení.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES 22. 9. 2015



Autorka úloh: Anna Sukniak

Matematika

Jak učit děti s radostí

13. díl

Radek Krpec

vedoucí Katedry matematiky s didaktikou Pedagogické fakulty OU v Ostravě, lektor Hejného metody pro 1. a 2. stupeň ZŠ

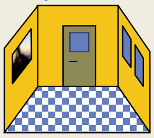
Od dvou do pěti udělá dítě obrovské pokroky v jazyce. Od stručných oznamů a žádostí, kterým často rozumí jen máma, přes nápadité novotvary jako omléčil mne (= vylil na mne mléko) až k tvorbě složených souvětí. Rodič může tento rozvoj urychlit častou a řívětivou komunikací s dítětem. Například si hrajeme na obchod a vedeme řeči, které jsme v obchodě slyšeli. Když se dítě zeptá: „Táto, a proč má pes ocas?" vyzývá dospělého, aby mu něco o psu a jeho ocasu řekl. Otec vykládá a dítě najednou začne povídat samo. Když otec sleduje spíše dítě než sebe, pochopí, že dítě má potřebu mluvit a přenechá mu řeč. Se zájmem mu naslouchá. Dítě samo pak řídí rozhovor, protože ono nejlépe cítí, kdy má potřebu poslouchat a kdy mluvit. Příroda tuto potřebu řídí tak, aby rozvoj dítěte byl optimální. V tomto díle představíme dvě prostředí. To geometrické je přívětivé k dívkám, abychom jim pomohli vyrovnat náskok, který získali hoši tím, že si více hráli se stavebnicemi a kostkami.

Sítě krychle

zobrazení pláště těles do 2D geometrie

Mateřská škola

Když z větší krabice odstraníme horní stěnu, vznikne pokojík pro panenku. Když odstraníme ještě další stěnu, vznikne jeviště. Když chceme pokojík nebo jeviště složit, rozstřihneme krabici podél hran tak, aby ji bylo možné rozložit do roviny. Tento rovinný útvar nazveme **střih** na pokojík/jeviště. Další den pak ze střihu opět sestavíme pokojík/jeviště tak, že dáme stěny do původní polohy a slepíme je lepicí páskou. Dítě vidí rozložení prostorového tvaru do roviny a jeho opětovné vytvoření. Dítě si může takto samo hrát s krabičkami například od léků. Pozorně mu nasloucháme, když má potřebu něco nám o nabytých zkušenostech říct, nebo něco ukázat.

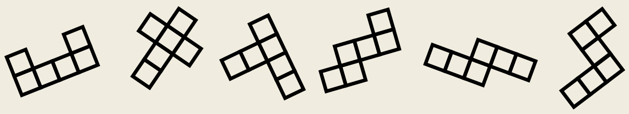


1. a 2. ročník

Žák dostane krychli, několik stejných plastových čtverců velikosti stěny krychle a přílepky, jimiž lze plastové čtverce slepovat.

Úloha 1. Vytvoř střih pro a) jeviště, b) pokojík. Svůj střih prověř.

Úloha 2. Z nabídky šesti papírových tvarů vyber střih na šaty pro paní Krychli.

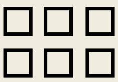


Julinka vzala první z nabízených tvarů, na krajní čtverec položila krychli a začala ji balit. Pět stěn dobře obalila, ale ta šestá nešla. Položila tedy krychli na jiný čtverec a opět balila. Ani tentokrát jí to nevyšlo. Po čtvrtém nezdaru se ptala kamarádky, která se o totéž marně pokoušela. Obě dívky pak šly paní učitelce říct, „že se to nedá". Ta jim řekla, ať tedy zkusí jiný papírový tvar. Dívky vzaly kříž a oběma se povedlo obléct do tohoto tvaru krychli. Zjistily, že kříž je dobrý střih na šaty pro paní Krychli.

3. a 4. ročník

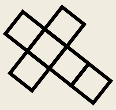
Žáci už vědí, že se dá vytvořit střih krychle, aby zůstal vcelku a dal se rozložit do roviny. Takovému střihu říkáme **síť krychle**. Přecházíme od metaforického jazyka k matematickému. Paní Krychli nahrazujeme pojmem krychle, švy šatů pro paní Krychli nazýváme hrany.

Úloha 3. Spoj šest čtverců a vytvoř síť krychle.



Žáci nacházejí další a další sítě, některé opakovaně. Učitel může zřídit na nástěnce koutek sítí krychle. Nakonec je zde 11 různých sítí a žáci nabudou přesvědčení, že více jich najít nelze.

Úloha 4. V síti krychle:



a) vybarvěte protější stěny stejnou barvou,
b) obtáhněte strany čtverců tak, aby stejné hrany byly stejnou barvou,
c) společné vrcholy krychle vybarvěte stejnou barvou.

Žák si uvědomuje umístění stěn, hran a vrcholů v její síti.

5. a 6. ročník

Žáci již vědí, že existují sítě stejné krychle, které mají různý tvar.

Úloha 5. Najdi co nejvíce sítí krychle.

Žáci hledají argumentace, zda již mají všech 11 možností, či nikoli. Jelikož jsou již žáci dobře obeznámeni se sítí krychle, přejdeme ke složitějším sítím, např. sítím kvádru, hranolu nebo jehlanu.

Úloha 6. Narýsujte síť kvádru s rozměry hran 3 cm, 2 cm a 4 cm.

Stovková tabulka

Od vztahů mezi čísly v tabulce k porozumění desítkové soustavě

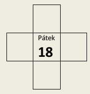
1. a 2. ročník

Děti se už od předškolního věku setkávají s různými typy tabulek, ve kterých se učí orientovat. Náročnějším předchůdcem stovkové tabulky je kalendář. Na obrázku je kalendář měsíce září 2015.

Úloha 1: Prohlédni si tabulku kalendáře září 2015. Představ si, že šachový kůň stojí na čísle 17. Urči, na která políčka se můžeš jedním skokem dostat, pokud se budeš koněm pohybovat jako při hraní šachu.

ZÁŘÍ			2015			
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Úloha 2: Horní stranu z kalendáře nemáme k dispozici, ale přesto dokážeme napsat, co je v kalendáři nad, pod, vlevo i vpravo od pátku 18. Doplň to.



3. a 4. ročník

Existují dvě stovkové tabulky. Ta, která je zde na obrázku, a ta, která začíná číslem 0 a končí číslem 99. Řešení následující úlohy je stejné v obou tabulkách.

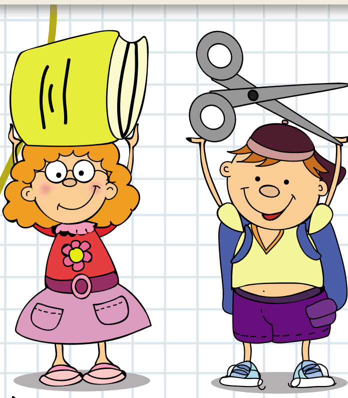
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Úloha 3: Zvolím dvě sousední čísla tabulky. Například 74 a 75 nebo 42 a 52. Součet těchto čísel řeknu Matějovi. On mi ihned řekne, zda jsou moje čísla vedle sebe, nebo pod sebou. Jak to Matěj zjistil?

Pro rozvíjení orientace v tabulce, uvědomění si vztahů mezi čísly v řádcích a sloupcích, můžeme použít cestování po stovkové tabulce. Přitom procvičujeme operace sčítání, odčítání, popř. zaokrouhlování. Ve stovkové tabulce se můžeme pohybovat doleva, doprava, nahoru a dolů vždy o jedno pole.

Například: 35→36↑26←25 je zápis jedné cesty délky 4. Součet čtyř čísel této cesty zapíšeme S(35→36↑26←25) nebo stručně S(35→↑←). Součet je 35 + 36 + 26 + 25 = 122.

Úloha 4: Najdi všechny cesty délky 4 začínající v čísle 24 a končící v čísle 36. Urči jejich součty a zaokrouhli je na desítky.



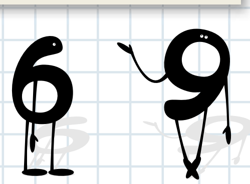
5. a 6. ročník

Žákům se otevírá svět algebry. Používáme písmena a pomocí nich dokazujeme tvrzení. Cestu 41↑31 zapíšeme též n↑, kde n = 41. Cestu 24→25↑15 zapíšeme též n →↑, kde n = 24.

Úloha 5: Najděte n, pro které je hodnota výrazu S(n↓) – S(n↑) **a)** nejmenší, **b)** největší.

Úloha 6: Najděte všechna n, pro která je číslo **a)** S(n→↑), **b)** S(n→↓) dělitelné číslem 3 beze zbytku.

Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES 22. 9. 2015



Spoluautorka doprovodných textů: Renáta Zemanová

Matematika

Jak učit děti s radostí

14. díl

Jana Hanušová

Lektorka a tutorka v H-mat, spoluautorka učebnic pro 2. stupeň

Dva lidé nakreslili dům. Obrázky se lišily. Jeden dům byl přízemní, druhý dvoupatrový. K podobné situaci dochází i ve škole. Mluví se třeba o čísle a jeden žák v tom vidí čísla 2, 3, 4, jiný si představuje velká čísla, jiný zlomky a další i čísla záporná. Taková situace může vést k nedorozumění. Nezřídka se představa v hlavě dítěte liší od představy v hlavě učitele či rodiče. Ten pak často nevhodně zamítne představu dítěte, která je svým způsobem oprávněná, jako chybnou. Abychom snížili nebezpečí nedorozumění, snažíme se „zviditelnit" myšlenkové pochody dítěte. Myšlenku dítěte nezamítneme, ale žádáme vysvětlení. Pozorně nasloucháme a snažíme se pochopit, jak věci vidí dítě. Radost dítěte ze vzájemného porozumění je nám odměnou za naši trpělivost. První z prostředí – Dřívka – je rozvíjeno v mladším věku (MŠ a 1. a 2. ročník), Algebrogramy přicházejí až ve třetím ročníku.

Dřívka

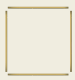
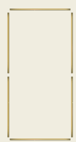
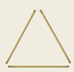
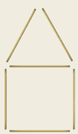
Hrou se dřívky poznáváme geometrii.

Obrazce ze dřívek připomínají sirkové hlavolamy. Sirky jsou nahrazeny dřevěnými tyčinkami (někdy i barevnými). Hry se dřívky rozvíjejí jemnou motoriku a dávají prostor dětské fantazii. Výtvory dítěte často obsahují geometrické obrazce – čtverec, obdélník, trojúhelník.

Mateřská škola

Paní učitelka má na stolku hromadu dřívek a žádá děti, aby si každý udělal na lavici čtverec. Mareček běží ke stolku, vezme tři dřívka a běží do lavice. Tam zjistí, že mu jedno dřívko schází. Doběhne si pro dřívko a čtverec vytvoří. Tato zkušenost v budoucnu Markovi pomůže lépe pochopit, že obvod čtverce je $4a$.

Úloha 1. Vytvoř z dřívek následující obrázky:

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

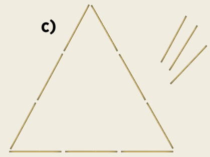
Děti (s pomocí paní učitelky) obrazce pojmenují, některé řeknou, z kolika dřívek jsou sestrojeny. Později již postaví čtverec, obdélník i trojúhelník bez předlohy.

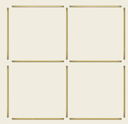
1. a 2. ročník

Žáci vytvářejí obrazce podle vzorů. Přidáváním, ubíráním, přemísťováním dřívek z nich tvoří jiné obrazce. Rozvíjí se tak jak geometrické, tak i kombinatorické schopnosti. Budují se pojmy obsah, obvod, pracuje se se zlomky jako částmi celku.

Úloha 2.

Přeložením jednoho dřívka změň na čtverec. Přidej jedno dřívko a uděl dva čtverce. Přilož tři dřívka a vytvoř tři nové trojúhelníky.

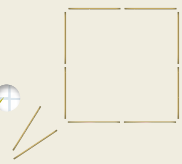
a)  **b)**  **c)** 



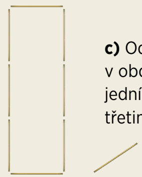
d) Odeber 2 dřívka, aby zůstaly jen 3 čtverce.

e) Odeber 4 dřívka, aby zůstaly jen dva čtverce.

Úloha 3.



a) Rozděl čtverec dvěma dřívky na polovinu.
b) Vyznač dvěma dřívky čtvrtinu čtverce.



c) Odděl v obdélníku jedním dřívkem třetinu.

Algebrogramy a Hvězdičkogramy

Šiframi k porozumění desítkové soustavě.

Algebrogramy budují porozumění desítkové soustavě a umožňují odhalovat hlubší souvislosti aritmetiky. Rozvíjejí i kombinatorické myšlení a schopnost argumentace. Algebrogramy patří mezi nejnáročnější úlohy, se kterými se žák na 1. stupni setká. Připomínají šifry. Když ve vztahu 26 + 6 = 32 zašifrujeme číslice 2 a 6 písmeny A a B, dostaneme algebrogram AB + B = 32. Za stejná písmena dosazujeme stejné číslice, za různá písmena různé číslice. První číslice dvojmístného a vícemístného čísla nesmí být nula. **Vyřešit algebrogram** znamená najít číslice, které se za písmeny skrývají, a najít všechna řešení. Náš algebrogram má dvě řešení AB = 26 a AB = 31, neboť i 31 + 1 = 32. Hledání řešení vede k mnohým výpočtům, které žáci nepociťují jako nudu. Algebrogramy lze řešit metodou pokus – omyl, protože každé písmeno může nabývat nejvýš deseti hodnot: 0, 1... 9. Hvězdičkogramy používají k označení číslic pouze hvězdičky. Například, když máme vrátit neposedy 3, 5 a 6 do výpočtu **·* = 210, budeme zkoušet 56·3, nebo 63·5, nebo 35·6. Poslední pokus se zdařil, máme výsledek.

3. a 4. ročník

Většina úloh je gradovaná. To značí, že obsahuje podúlohy a), b), c), ... s rostoucí náročností. To umožní každému dítěti najít si přiměřenou úlohu. Nejlehčí jsou algebrogramy, ve kterých je jen jedno písmeno.

Úloha 4. Vyřeš algebrogramy:
a) AA = 30 + A **b)** BB = 50 + B **c)** CC + C = 24 **d)** DD + D + D = 65 **e)** EE + E + E = 39
f) A·A = A+A **g)** B·B = B+B+B **h)** C·C = C+C+C+C

Úloha 5. Vyřeš algebrogramy. Najdi všechna řešení:

a)	b)	c)	d)
AB	AA	AB	AB
+ BA	+ BB	+ AB	+ ABB
AAC	BBC	BC	BCC

Úloha 6. Vyřeš algebrogramy. Najdi všechna řešení:
a) A·A = B **b)** C·C = D+D **c)** E·E+E = DD-D

Úloha 7. Vyřeš algebrogramy na dělení se zbytkem:
a) AA: 2 = B(A) **b)** AA:4 = B(A) **c)** AA:5 = B(A) **d)** AA:6 = B(A) **e)** AA:8 = B(A)

5. a 6. ročník

Objevují se úlohy zaměřené na mocniny, rovnice, výrazy, dělitelnost, racionální čísla.

Úloha 8. Vyřeš algebrogramy:
a) A·A·A = B **b)** A·A·A = B·B **c)** A·A·A = A·B **d)** ABC = C·C·C
e) ABA = C·C·C **f)** AB·AB = CAB **g)** AAAB = B·B·B·B·B

Úloha 9. Vyřeš algebrogramy:
a) (A+A+A):A = A **b)** (BB+B):B = AB **c)** AB:A = CC(C)

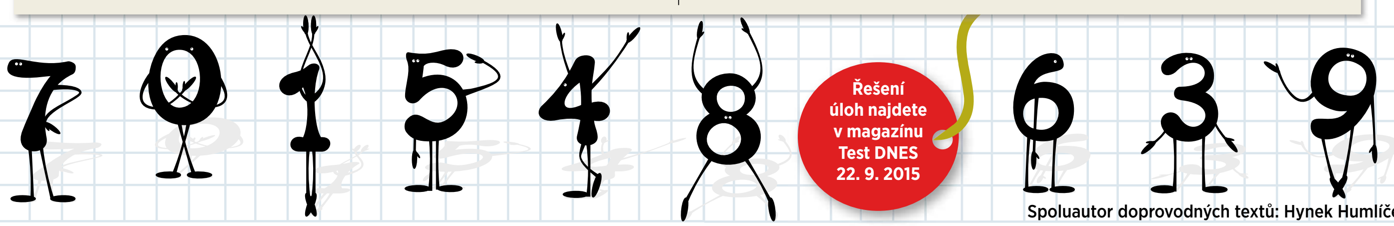
Úloha 10. Vyřeš algebrogram KL+L = 28 v případě, že číslice L je **a)** sudá, **b)** lichá.

Úloha 11. Vyřešte algebrogramy:
a) 37:A = B(2) **b)** 37:C = D(1) **c)** 37:E = F(5) **d)** 37:G = H(7)

Úloha 12. Aleš vyřešil všechny algebrogramy a říká spolužákům: „Vyřešte algebrogram AB:n = B(A) pro každé přirozené číslo n větší než jedna." Dokážete to také?

Úloha 13. Řešte hvězdičkogramy, v nichž každá * je nenulová číslice:

a) $\frac{*}{*} = 0{,}*$ Najděte všech 8 řešení. **b)** $\frac{*}{*} = 0{,}**$ Najděte všechna 4 řešení.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES 22. 9. 2015

Spoluautor doprovodných textů: Hynek Humlíček

Matematika

Jak učit děti s radostí

15. díl

Kateřina Eichlerová

lektorka H-mat, učí matematiku a fyziku na Gymnáziu Mnichovo Hradiště

Když se řekne učitel(ka), mnoho lidí si vybaví autoritu, jejíž slovo bezvýhradně platí. Ona určí, jak se má úloha řešit, ona rozhodne, který výsledek je ten správný. Náš pohled na roli učitele je jiný. Učitel přiměřeně náročnými úlohami vede žáky k vlastnímu objevování. Trpělivě sleduje práci jednotlivých žáků a má přehled o úrovni jejich znalostí. O správnosti výsledku i postupu řešení rozhodují sami žáci sebekontrolou nebo během diskuze, kterou učitel moderuje. Žáci sami obhajují svá řešení před spolužáky a vzájemně se korigují. Někdy se stane, že se shodnou na chybném závěru – tady přichází na řadu učitel, aby jim nabídl jinou úlohu, ve které se nesprávné úvahy projeví. Nemusí to nutně být ve stejné hodině. Myšlenky, které jsou žáci schopni formulovat a obhájit, jsou střípky mozaiky matematického poznání, kterou si staví každý žák podle svých schopností a možností.

Kombinatorika & pravděpodobnost

Učíme se systematické práci

1. a 2. ročník

Hledání různých možností přenášíme do reálného života. Děti s námi chodí nakupovat a rády za nákup platí. To využijeme k výzvě.

Úloha 1. Čokoláda stojí 24 Kč. V peněžence máš pouze pětikoruny a dvoukoruny. Kolika způsoby můžeš čokoládu zaplatit? Svá řešení zapiš do tabulky (počet mincí můžeš zaznamenat pomocí čísel nebo čárek):

částka	mince	způsob platby					celkem způsobů
		1	2	3	4	5	
24 Kč	2 Kč	//					
	5 Kč	////					

Úloha 2. Kolika způsoby můžeš zaplatit stejnou čokoládu, když máš v peněžence navíc ještě desetikorunu? Vytvoř si a doplň podobnou tabulku, jako je v úloze 1.

Úloha 3. Hledej různé možnosti, jak zaplatit dvě stejné čokolády, když máš v peněžence všechny druhy českých mincí.

3. a 4. ročník

S dětmi si zahrajeme hru „panna nebo orel" a necháme je tipovat, co padne častěji. Výsledky si můžeme poznamenávat a zkoumat, zda některá strana mince padne častěji. Podobně můžeme házet hrací kostkou.

Házení mincemi nebo kostkou je velice důležité jako příprava na témata pravděpodobnost a statistika. Až na tato témata přijde řada ve škole, bývá už „dítě" příliš velké na manipulativní činnost a často nemá čas ani chuť provádět skutečný pokus s mincí nebo kostkou. Bez těchto zkušeností si žák pravděpodobnost nezažije.

Úloha 4. Házej hrací kostkou. Hoď desetkrát a zaznamenej hozená čísla. Kolikrát padlo sudé a kolikrát liché číslo? Pokračuj v házení a udělej 50, 100, 200 pokusů. Bude častěji padat sudé, nebo liché číslo? Je to jen náhoda?

Úloha 5. Ze záznamů k předchozí úloze urči, zda padlo častěji číslo, které je násobkem tří, nebo jiné číslo.

Úloha 6. Hoď dvěma kostkami a sečti počet ok. V tabulce vyplň políčko nad příslušným číslem. Když hodíš 1 a 4, součet je 5, tak vybarvíš políčko nad pětkou.

Odhadni, jak bude tabulka vybarvená po 100 hodech a správnost svého odhadu ověř s několika kamarády.

Úloha 7.
a) U kterých čísel v tabulce je sloupec nejvyšší?
b) U kterých čísel v tabulce je sloupec nejnižší?
c) Jsou předchozí výsledky zcela náhodné?

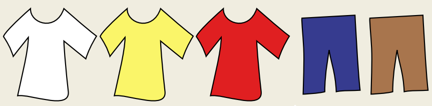
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Mateřská škola

Děti mají rády stavebnice, s oblibou skládají různé vzory a mozaiky. Staví různobarevné věže z kostek nebo třeba kombinují oblečení pro panenku. Chlapci a děvčata tak přirozeně zjišťují, že ze stejného počtu stavebních dílů mohou postavit nepřeberné množství staveb, že ze stejné sady obleček a doplňků pro panenky ji mohou připravit na různé příležitosti třeba jen změnou bot a ozdob.

Nejde nám o to, aby děti počítaly, kolik různých možností mají, ale aby si užily hru, rozvíjely svou kreativitu a hledaly různé možnosti. Stavíme si s dětmi, pobízíme je k záměnám různých dílků ve stavebnicích, ke kombinování oblečení panenek.

Vystřihněte tři trička (např. bílé, žluté a červené) a dvoje kalhoty (hnědé a modré). Dítě vyzvěte, aby zjistilo, jak může kombinovat jednotlivé kousky oblečení. V pondělí si vezme do školky modré kalhoty a bílé tričko. Co si obleče další den, aby bylo jinak ustrojené. Kolik dnů může být pokaždé jinak oblečené?



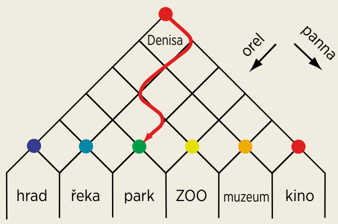
Zahrajeme si hru na bytového architekta, který má k dispozici parkety určitého typu a má s nimi pokrýt danou podlahu. Dítě zkouší, jaké možnosti položení má, jaké různé vzory může z parket vytvořit. Pro tvorbu dalších úkolů můžeme měnit barvy parket, jejich tvar, můžeme zvyšovat počet barev nebo počet použitých tvarů. Úkoly ztížíme nějakou podmínkou, např. že stejné barvy parket se mohou dotýkat jen růžkem.

Hra na obkladače: vystřihněte několik čtverců dvou barev – dlaždiček (místo nich můžete použít i dva druhy pexesa) a nechte dítě skládat různé vzory. Ty může zakreslovat na čtverečkovaný papír a porovnávat, zda se některý neopakuje.

5. a 6. ročník

Úloha 8. Když jsem přijela na návštěvu ke kamarádce Denise, nemohly jsme se rozhodnout, kam se půjdeme projít. Plánek čtvrti, ve které Denisa bydlí, je na obrázku. Dohodly jsme se, že na každé křižovatce hodíme mincí. Když padne panna (p), odbočíme na křižovatce vpravo, a pokud padne orel (o), vydáme se vlevo.

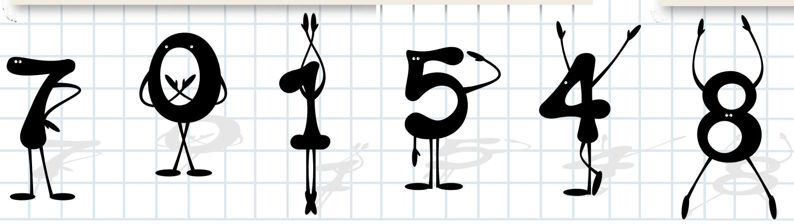
První den nám padla p, o, o, p, o a došly jsme do parku.



a) Kam dojdeme, pokud nám padne: o, p, p, p, o?
b) Co musíme hodit, abychom došly k řece?
c) Takto jsme chodily dva týdny, každý den jednou. Udělej také 14 procházek a do tabulky zaznamenávej, kam dojdeš.

cíl	hrad	řeka	park	ZOO	muzeum	kino
kolikrát byl navštíven						

d) Je nějaké místo, kam zavítáme častěji? Pokud ano, tak proč?



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 6. října

Spoluautorka doprovodných textů: Jarka Kloboučková

Matematika

Jak učit děti s radostí

16. díl

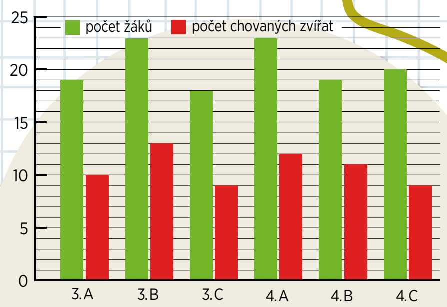
Renáta Zemanová

vyučuje matematiku na Pedag. fakultě OU v Ostravě, lektoruje Hejného metodu pro 1. stupeň ZŠ

Když parta kamarádů přijde do posilovny, není divu, že každý z nich posiluje s jinou zátěží, protože každý je jinak fyzicky vybaven. Přestože cvičí na stejném přístroji, jeden posiluje s 20 kg a jiný s 50 kg. Měli by oba raději posilovat s 35 kg?

Podobné je to při nástupu dětí do prvního ročníku – každý přichází s odlišnými předchozími zkušenostmi i potenciálem dalšího rozvoje. Pokud učitel zadává všem stejné úlohy, velkou část žáků odrazuje. Někteří na úlohy prostě nestačí, pro jiné je řešení snadných úloh nudné a nepotřebné. Radost z řešení úlohy nemá nikdo z nich. Přitom radost je klíčem k motivaci.

Asi každý rodič si přeje, aby jeho dítě bylo rozvíjeno na horní hranici svých možností a aby se tato hranice vlivem vhodně volených úloh zvyšovala. Proto jsou naše úlohy často gradované do několika úrovní obtížnosti. Žák sám si volí obtížnost, která mu vyhovuje. Proto není ani brzděn ve vývoji, ani frustrován přetížením.



Práce s daty

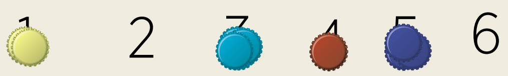
Tabulky, grafy, statistika i náhoda

Mateřská škola

Už když dítě hraje běžné hry jako pexeso nebo Černého Petra, učí se porovnávat, přiřazovat a třídit. Když potom třídí hračky podle nějakých pravidel, zlepšuje schopnost organizovat soubor dat.

Na obrázku vidíme pomůcku Pavly Polechové – sadu jednobarevných obrázků zvířátek. Dítě ukládá obrázky a tvoří různé vzory. Například dá k sobě všechny červené nebo všechny pejsky. Nebo dá k sobě pejska a kočičku. Nebo zelenými zvířátky vyplní celý řádek a pejsky celý sloupec. Tak objeví důležité dvojrozměrné uspořádání: v jednom směru stejné barvy, ve druhém stejná zvířátka.

Dítě, které rádo hraje stolní hry, například „Člověče, nezlob se“, můžeme motivovat otázkou: „Které číslo padá nejčastěji?“ Prozkoumáme to experimentem. Na papír napíšeme čísla od 1 do 6; dítě hodí kostkou, padne třeba 4, a tak na číslo 4 položí dítě jedno víčko. V dalším hodu padne třeba 1 a dítě položí další víčko na číslo 1. Po 10 hodech třeba padne 5 sloupec tří víček, ale na čísle 6 nebude ani jedno. Tak vzniká první histogram. Když ale během dvou dnů uděláme sto hodů, začnou se sloupce vyrovnávat. Dítě získává první zkušenost s pravděpodobností.



1. a 2. ročník

Tabulky jsou v běžném životě všude kolem nás. V prostředí Autobus (viz 2. díl) děti tabulku objeví. Přijdou na to, že je to velmi efektivní způsob zápisu. Už od 1. ročníku tak děti vytváří tabulky a zjišťují z nich odpovědi na různé otázky.

Úloha 1.
Do tabulky zapiš, kolik je čeho.

■ ● ★ ★
■ ■ ▼ ▼ ★ ★
■ ■ ■ ✿ ✿ ✿

■			
▼			
●			
★			
✿			

K úloze pokládáme doplňující otázky jako například: Kolik je na obrázku všech zelených symbolů? Kolik čtverečků? Kolik modrých hvězdiček? Některé dítě zde počítá symboly. To dítě, které k odpovědím použije tabulku, dokáže již tento nástroj záznamu využívat.

Oblíbená je hra na sovu. Je dána galerie objektů. Například jména: Adam, Anna, Emil, Eva. Sova (jeden ze žáků) na jedno jméno myslí. Spolužáci mají jméno uhodnout. Na jejich otázky Sova odpovídá jen ANO, nebo NE. Počet jmen může být výrazně větší. Místo jmen mohou být například písmena, obrázky nebo čísla.

Úloha 2. Sova myslí na jedno z čísel 2, 6, 7, 9, 12, 13, 14, 15. Spolužáci se ptají, Sova odpovídá. Je dvouciferné? NE. Je sudé? ANO. Je menší než 3? NE. Je větší než 5? ANO.
a) Na které číslo Sova myslí?
b) Která otázka byla zbytečná?

Při hře Sova se děti mimo jiné učí i formulovat otázky, používat přesné termíny a vzájemně si naslouchat.

3. a 4. ročník

Zkoumání náhody, které jsme dělali na úrovni MŠ, uděláme tentokráte se dvěma hracími kostkami.

Úloha 3. Házej dvěma kostkami. Do tabulky zapiš, kolikrát padne součet 2, 3,..., 12. Jaký součet je nejčastější? Proč?

Když třída udělá přes dvě stě hodů, žáci vidí, že nejčastější je součet 7 a součty 2 a 12 padnou jen výjimečně. Vidí, že tabulka je „symetrická“. O vysvětlení těchto jevů se pokusí především špičkoví žáci. Argumentují tím, že číslo 2 získáme jediným způsobem jako 1+1, ale číslo 7 můžeme získat až 6 způsoby: 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1. Námitka, že 3+4 a 4+3 je vlastně jen jedna možnost, vyvolá plodnou diskuzi. Učitel do ní nezasáhne. Žáci sami po jisté době námitku vyvrátí.

Důležitá schopnost pro život je číst grafy.

Úloha 4. Ve škole máme tři 3. třídy a tři 4. třídy (viz sloupcový graf nalevo). U každé třídy známe počet žáků (zelený sloupec) i počet zvířat, která žáci této třídy chovají (červený sloupec). Odpověz na tyto otázky:
a) Je více žáků ve 3. třídách nebo ve 4. třídách?
b) Jsou 3. třídy více chovatelské než 4. třídy?
c) Která třída je nejméně a která nejvíce chovatelská?

Na této úloze je zřetelná gradace. Zatímco v otázce a) žáci zjišťují informaci, která je z grafu snadno čitelná, otázky b) a c) jsou náročnější. Třída začne diskutovat, co znamená „více chovatelské“. Většinou se jako první objeví názor, že třídy 3. C a 4. C jsou nejméně chovatelské, protože chovají nejméně zvířat. Potom ale přijde žák, který řekne, že 4. C je méně chovatelská, protože má více žáků. Tento žák cítí, že jde o poměr chovaných zvířat ku počtu žáků. K této náročné myšlence otázky b) a c) směřují.

5. a 6. ročník

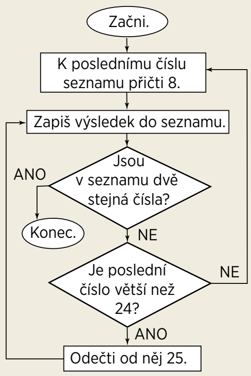
Statistické zpracování dat je obohaceno o aritmetický průměr. Žáci počítají průměrné známky své i celé třídy. Průměru se ale dotýká například i následující méně tradiční úloha.

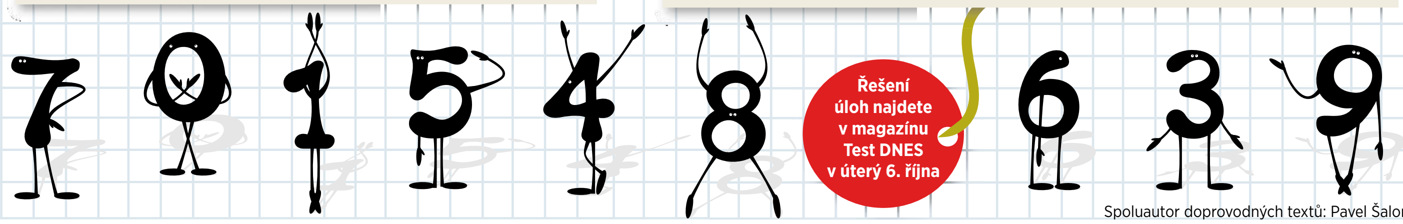
Úloha 5. Aneta porovnávala délku ženských a mužských jmen. Z kalendáře vypsala všech 30 jmen začínajících na A. Zjistila, že v nich je 179 písmen. Skoro přesně 6 písmen na jedno jméno. Ale u ženských jmen je to víc než 6 písmen na jméno a u mužských je to méně než 6 písmen na jméno. Aneta tvrdila: „Tedy ženská jména jsou delší.“ Má Aneta pravdu?

Tvrzení Anety je záměrně mírně nejasné, protože cílem úlohy je rozproudit ve třídě diskuzi. Mluví Aneta o všech jménech? Co když u jmen začínajících na B to bude naopak? Je možné Anetino tvrzení zpřesnit?

Schopnost porozumět tabulkám, grafům a různým schématům dále rozvíjíme pomocí vývojových diagramů. To jsou v podstatě jednoduché „programy“ a žáci se díky nim učí rozumět principům, jak fungují počítače.

Úloha 6. Budeš vytvářet seznam čísel. Na začátek seznamu si napiš číslo 7 a dále postupuj podle vývojového diagramu.





Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 6. října

Spoluautor doprovodných textů: Pavel Šalom

Matematika

Jak učit děti s radostí

17. díl

Lenka Bořánková

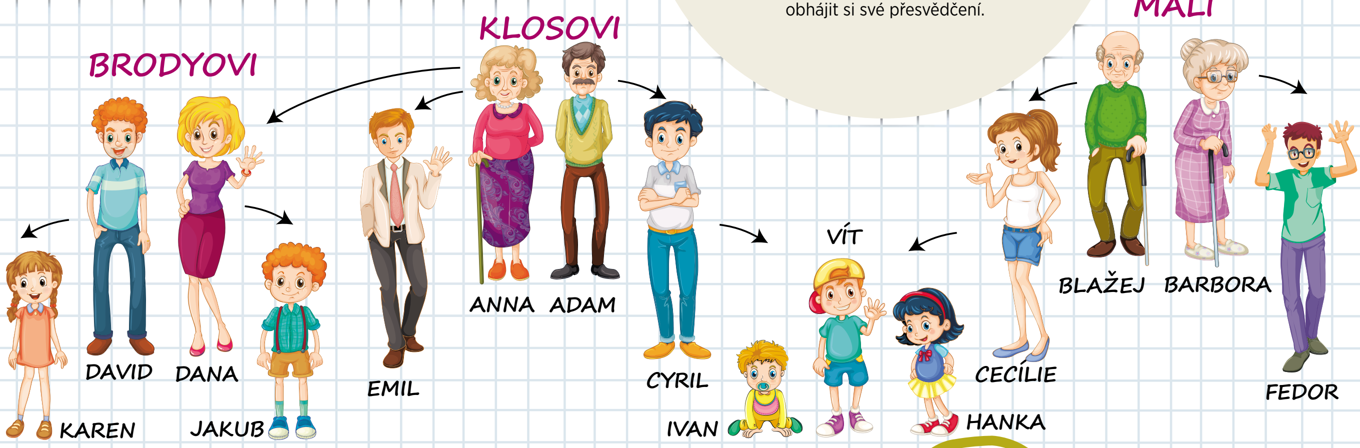
lektorka H-mat, učitelka 1. st. na Masarykově ZŠ, Janovice nad Úhlavou

Ve 4. třídě byli žáci vyzváni, aby ukázali řešení jedné slovní úlohy, které spočívalo ve výpočtu 12:4. U tabule byl chlapec a na tabuli napsal spokojeně jen výsledek. Neuměl však vysvětlit, jak k němu došel. Výpočet byl pro chlapce tak jednoduchý, že si jej nemusel zapisovat. Pak k tabuli přišla dívka a řešení úlohy předvedla následujícím způsobem: Nakreslila na tabuli 12 čárek a kříž - dvě úsečky na sebe kolmé. Pak vždy jednu čárku škrtla a jednu umístila do jednoho pole vzniklého křížem. Ve třídě to nelibě zašumělo: „To tu budeme pěkně dlouho." Dívka zrychlila tempo a za chvíli ukázala, že skutečně 12:4 = 3. Bylo vidět, že na několika tvářích se rozzářil úsměv. Tyto děti dostaly vlastně od své spolužačky možný postup, jak mají řešit podobné úlohy, se kterými si do té doby nevěděly rady. Bezpečnému prostředí, o které ve třídě usilujeme, přispívá i to, že dáme šanci všem řešitelským způsobům. Prezentovat řešení měli možnost všichni žáci s jakýmkoliv nadáním a zaměřením. Některý žák dělá nádherné kotouly a jiný zase rychle počítá.

Rodina

Jak prohloubit porozumění složitým vztahům

Prostředí Rodina se věnuje jak prohlubování porozumění vztahům, tak početním dovednostem. K tomuto prohlubování dochází při individuální činnosti i během diskuzí. Je důležité respektovat názory dětí, ponechat jim autonomii, podpořit je vlídným slovem a nechat je obhájit si své přesvědčení.



Mateřská škola

Pro dvouleté dítě slovo máma označuje jednu konkrétní osobu. Pětileté dítě ví, že i kamarád má mámu, ale je překvapeno, že babička je mámina máma. Dítě, které chápe slovo máma jako vztah dvou osob, rozumí tomuto slovu již na úrovni abstrakce. Podobně rozumí slovům otec, dcera, syn, sestra... Těmto dětem můžeme dávat úlohy z jejich rodiny:

Úloha 1. Kdo je syn/dcera tvé mámy?

Abychom byli schopni všechny základní rodinné vztahy prozkoumat, musíme vycházet z „umělé rodiny", ve které tyto vztahy jsou. Výše je zobrazen rodokmen. Předškolákovi z něj vybereme pouze Cecílii, Cyrila a jejich tři děti. Když dítě tento rodokmen pochopí, může dostat úlohu:

Úloha 2. Někdo řekl: „Vítek je můj syn." Kdo to řekl?

Dítě, které odpoví, že Cecílie (nebo Cyril), odpovědělo dobře. Vyspělejší dítě uvede oba rodiče.

1. a 2. ročník

Do rodokmene přibydou všichni čtyři prarodiče Anna, Adam, Blažej, Barbora a Cyrilovi sourozenci Emil a Dana. Univerzální způsob tvorby úloh dává návod: Napište pravdivý vztah a jeden jeho objekt zakryjte. Tak ze vztahu 5 – 2 = 3 dostávám tři úlohy: 5 – 2 = ?; 5 –? = 3; ? – 2 = 3. Podobně z výpovědi „Hančin otec je Cyril" vytvoříme tři úlohy:

Úloha 3. Doplň.
a) Hančin otec je _________ .
b) Hančin _______ je Cyril.
c) ________ otec je Cyril.

Úloha a) je nejlehčí. Doplní se poslední slovo „Cyril". U složitější úlohy b) se doplňuje prostřední slovo „otec". Úloha c) je nejsložitější, schází první slovo, které může být „Hančin" nebo „Vítův" nebo „Ivanův".

3. a 4. ročník

Ve třetím ročníku se dozvíme o rodině Brodyových a o bratrovi Cecílie Fedorovi. Hodně otázek se zabývá věkem postav našeho rodokmenu. Ty zde ožešlíme.

Úloha 4. Kdo řekl: „Jsem vnučkou mámy mé mámy."?

Děti najdou odpověď Karen nebo Hanka. Najde se ovšem dítě, které řekne, že to může být i Dana nebo Cecílie nebo dokonce i Anna či Barbora, protože uvedený výrok může říct kterákoliv žena. Toto zjištění ukazuje, že u některých výroků je nutno doložit informaci, zda je chápeme pouze uvnitř našeho rodokmenu nebo obecně.

Úloha 5. Kdo řekl: „Jsem dědečkem syna svého syna."?

Když mluvíme jen v rámci našeho rodokmenu, řešením je pouze Adam. Obecně může být řešením i Blažej, jestliže bude mít Fedor syna. Může to být i Cyril, když alespoň jeden z jeho synů bude mít syna. Zde naše úvahy vstupují do oblasti hypotéz, které přesně formulujeme takto: Bude-li mít Fedor syna, pak řešením úlohy 5. je i Blažej.

5. a 6. ročník

V prostředí Rodina je možné hlouběji proniknout do struktury logiky.

V následující úloze jsou použity logické spojky ***a*** a ***nebo***.

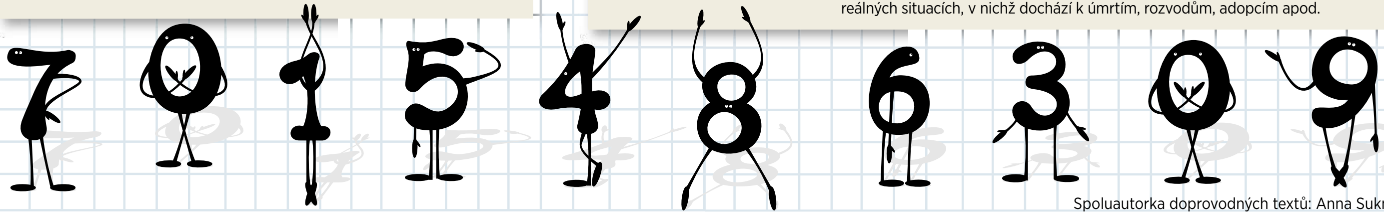
Úloha 6. Mluví Cecílie pravdu, když řekne: **a)** „Fedor a Emil jsou mí švagři."; **b)** „Fedor nebo Emil je můj švagr." ?

O výpovědi a) žáci většinou řeknou, že je pravdivá jen částečně, protože Fedor není Cecíliin švagr, ale bratr. Přesný matematický jazyk ale výrok skládající se ze dvou částí spojených spojkou ***a*** považuje za pravdivý tehdy a jen tehdy, když oba výroky jsou pravdivé. Tudíž Cecíliina výpověď a) je výrok nepravdivý.

O výpovědi b) obvykle žáci řeknou, že je to popletené, protože Fedora sem není nutné tahat. Přesný matematický jazyk výrok skládající se ze dvou částí spojených spojkou ***nebo*** považuje za pravdivý tehdy a jen tehdy, když alespoň jeden z dílčích výroků je pravdivý. Tudíž Cecíliina výpověď b) je výrok pravdivý.

Podobně lze najít mnoho úloh, které uvádí žáky do dalších jevů logiky, jako jsou zápor (*není pravda, že…*), implikace (*jestliže…, pak…*), ekvivalence (*…tehdy a jen tehdy, když…*), kvantifikátory (*pro všechny platí…, resp. existuje… takže platí…*)

Prostředí Rodina připravuje žáka na porozumění náročnějším abstraktním pojmům a vztahům, například u práce s funkcí $y = (x + 1)^2$ ji často potřebujeme rozložit na funkce $z = x + 1$ a $y = z^2$. Podobně jako vztah bratranec lze rozložit na syn sourozence mého rodiče. Porozumět například komplexním číslům je náročné proto, že se pracuje s objekty, které leží za hranicí žákem dobře sledovatelného světa. U rodokmenu jsme takové objekty viděli v úlohách 4 a 5. Ty pomáhají žákům pochopit náročný termín definiční obor funkce neboli soubor objektů, pro které tvrzení dává smysl.
Prostředí Rodokmenu se výrazně zkomplikuje, kdybychom chtěli mluvit o reálných situacích, v nichž dochází k úmrtím, rozvodům, adopcím apod.



Spoluautorka doprovodných textů: Anna Sukniak

Matematika

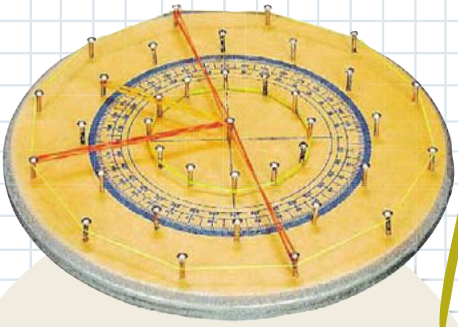
Jak učit děti s radostí

18. díl

Jarka Kloboučková

lektorka H-mat, přednáší na PedF UK a učí matematiku na 1. a 2. stupni FZŠ Táborská v Praze

Některé dítě dříve mluví, jiné dříve chodí. Bylo by pošetilé, kdyby se rodič snažil pořadí toho, co naplánovala příroda, měnit. Anglický filosof Francis Bacon řekl „naturæ enim non imperatur, nisi parendo“ (přírodě nelze poroučet jinak, než že ji poslechneme). Když ale dítě povyroste, nejednou přebíráme odpovědnost za přírodu a říkáme dítěti, s čím si má hrát, jak si má hrát, s kým si má hrát. Domníváme se, že víme lépe než dítě, že by si mělo hrát se stavebnicí, kterou jsme koupili za drahý peníz, a ne s dřívky, kterým dává přednost. Zamysleme se nad tím, zda není účinnější podporovat tu činnost, kterou dítě chce právě teď dělat. Samozřejmě s omezeními, která dává zdraví a bezpečnost dítěte.



Ciferník

Od orientace v čase k modulární aritmetice či úhlům

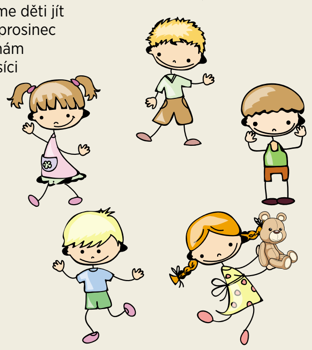
Řeknu-li, že dnes je pátek 25. 9. 2015, má tento údaj dva typy informací. Rok 2015 je v časovém sledu jen jeden. Vloni byl rok 2014, příští rok bude 2016 a za 50 let se bude psát 2065. Je-li dnes 25. září, nebude za 10 dní 35. září, ale 5. října. Zde se čísla opakují v jistých cyklech. Nejpřesnější cyklus je na hodinách - ciferníku.

Ciferník je jednoduchou pomůckou. Primárně je určen k určování času, ale můžeme jej využít pro další aktivity v matematice. Zatímco na číselné ose po čísle 12 následuje číslo 13, na ciferníku po čísle 12 následuje číslo 1. Toto zvláštní počítání přináší do chápání aritmetiky důležitý impulz. Jednotlivá čísla po obvodu ciferníku jsou pravidelně rozmístěna, což umožňuje konstruovat různé obrazce. Tedy další impulz, tentokrát pro geometrii.

Mateřská škola

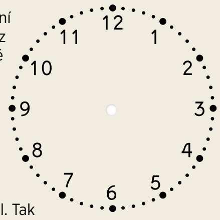
V mateřské škole se s cyklem může dítě seznámit na dnech týdne, na obrázcích ročních období, která lze dobře znázornit ve čtvrtinách kruhu. Když např. pro jaro zvolíme zelený podklad, pro léto žlutý s velkým sluníčkem, pro podzim podklad do hnědo-červena a pro zimu podklad světle modrý, můžeme ještě uvnitř čtvrtkruhů odstíny tónovat pro jednotlivé měsíce. Některé měsíce mají svá specifika – září, kdy vidíme děti jít do školy, listopad, kdy padá listí, prosinec s vánočním stromečkem – nebo nám pro výběr obrázku k danému měsíci pomůže básnička či říkanka.

Úloha 1. Pět dětí stojí v kruhu a předávají si hračku. Kolikrát dojde k předání, než se hračka znovu dostane k prvnímu dítěti? Hračka se předala 6x – které dítě ji teď drží?



1. a 2. ročník

Ciferník můžeme používat nejen k určování času, ale i k seznamování žáků se základními geometrickými tvary. Při využití vhodné pomůcky (viz 10. díl o Geoboardu) jsou tvary relativně přesné – odpadá nutnost přesně rýsovat nebo vystřihovat. Gumička napnutá mezi kolíky zajišťuje konstrukci přesných hranic objektů i manipulativně méně obratným dětem. Takto můžeme tvořit obrazce, které se pomocí tradičního rýsovacího nářadí obtížně konstruují – pravidelný dvanáctiúhelník či rovnoramenný lichoběžník vznikne zcela spontánně propojením vhodných kolíků.



Geometrické obrazce můžeme evidovat pomocí názvů vrcholů/čísel. Tak např. vytvoříme rovnostranný trojúhelník (4,8,12) nebo obdélník (1,3,7,9). Uvedené úlohy propojují geometrii (tvary) a aritmetiku (čísla). V tomto období řešíme úlohy především pomocí fyzického modelu, ale můžeme již také využívat ciferník narýsovaný na papíru.

Úloha 2. Na ciferníku vytvoř čtverec tak, aby součet čísel ve všech jeho vrcholech byl co nejmenší/největší.

Úloha 3. Rozděl ciferník jednou rovnou čarou (přímkou) tak, aby v obou částech byl po sečtení čísel stejný výsledek.

Úloha 4. Rozděl ciferník **a)** dvěma, **b)** pěti rovnými čarami tak, aby součet v každém poli byl stejný.

3. a 4. ročník

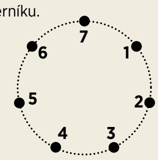
V ciferníkové aritmetice 11 + 2 = 1, neboť když je teď 11 hodin, tak za 2 hodiny bude 1 hodina. Podobně pak 1 – 2 = 11.

Úloha 5. Zkontroluj správnost rovností v ciferníkové aritmetice. Oprav chyby, hledej více řešení.
a) 8 + 7 = 3
b) 9 + 4 = 12
c) 6 + 12 = 6
d) 1 – 8 = 3
e) 5 – 7 = 10
f) 2 · 7 = 2
g) 4 · 4 = 4
h) 5 · 5 = 5

Úloha 6. Doplň scházející číslo tak, aby v ciferníkové aritmetice platila rovnost, hledej více řešení.
a) _ + 7 = 4
b) _ – 3 = 6
c) 2 · _ = 2
d) 3 · _ + 1 = 7

Úloha 7. Pokaždé, když malá ručička postoupí o jednu hodinu, ozve se gong. Gong se ozval poprvé v pondělí v jednu hodinu odpoledne. Teď právě zazněl po 64. Jaký je dnes den a kolik je hodin?

Úloha 8. Ciferník trpasličích hodin je rozdělen na sedm stejných částí. Jsou na něm čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7. Po čísle 7 tedy následuje číslo 1. Řešte úlohu 6 na trpasličím ciferníku.



5. a 6. ročník

Úloha 9. V ciferníkové aritmetice s 12 čísly nemá rovnice $2 \cdot x = 3$ řešení. Zjistěte, jaké je třeba zvolit číslo n, aby rovnice $n \cdot x = 3$ měla alespoň jedno řešení.

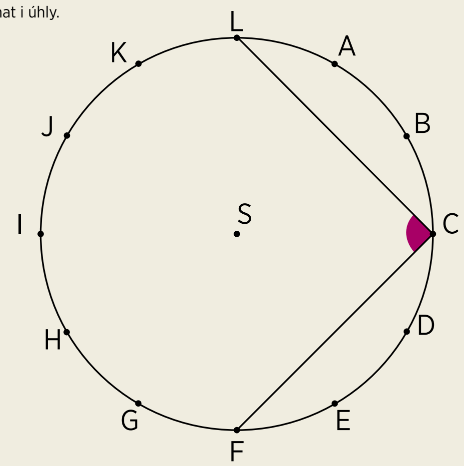
Na ciferníku je možné zkoumat i úhly.

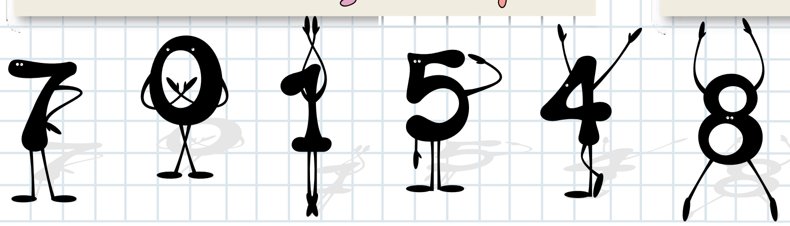
Úloha 10. O jaký úhel se velká ručička otočí za:
a) 5 min **b)** 20 min **c)** 45 min?

Úloha 11. Kolik minut uplyne, když se velká ručička hodin otočí o:
a) 60° **b)** 90° **c)** 150°?

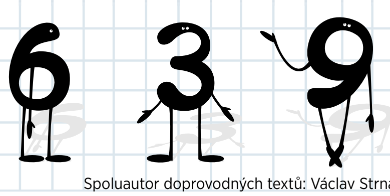
Úloha 12. Kolik hodin uplyne, když se malá ručička hodin otočí o:
a) 60° **b)** 90° **c)** 150°?

Úloha 13. Na obrázku je pravidelný dvanáctiúhelník ABCDEFGHIJKL.
Zjistěte velikosti úhlů.
a) LCF
b) LBF
c) LEF
d) LSB
e) LSA
f) LDH
g) LFB





Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 6. října



Spoluautor doprovodných textů: Václav Strnad

Matematika

Jak učit děti s radostí

19. díl

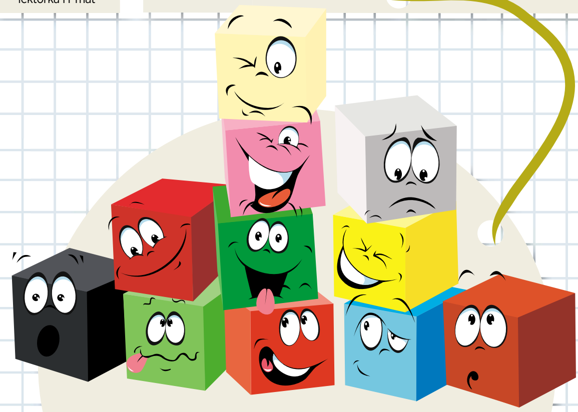
Darina Jirotková

docentka na KMDM PedF UK v Praze, spoluautorka učebnic pro 1. i 2. stupeň, lektorka H-mat

SITUACE 1. Žáci dostanou řešit úlohu a hned se ptají: „Je to na známky?" Učitel: „Ano. První tři dostanou jedničku." Pár dětí se ani nepustí do řešení. Vědí, že nejsou rychlí počtáři.

SITUACE 2. Začíná hodina: „Dneska si zahrajeme na detektivy a budeme řešit zapeklitý případ. Vodítko je ukryto v tajence. Abychom tajenku vyluštili, musíme vyřešit tyto úlohy.“ Několik dětí po vyluštění dvou, tří písmen tajenku uhodne a dál už nepočítají. Jiné děti si ale rády všechny úlohy dořeší, i když tajenka je již jasná.

V prvním případě mluvíme o **motivaci vnější** – dítě usiluje o dobrou známku, pochvalu, sociální úspěch. Chuť pracovat pomíjí, jakmile pomine motivační impulz. Vnější motivace nemůže přerůst ve vnitřní a je tedy jen dočasná. Ve druhém případě mluvíme o **atrakci** – příběh děti zaujal a začaly pracovat. U některých dětí zájem o příběh přerostl ve vnitřní motivaci a chtěly úlohy dořešit, u některých nepřerostl a úlohy už neřešily. Atrakce může přerůst ve vnitřní motivaci. Pouze vnitřní motivace založená na vlastním prožitku je hnacím motorem dalšího poznání.



Krychlové stavby

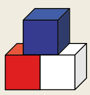
Rozvíjíme prostorovou představivost

Toto prostředí navazuje na zkušenosti dětí s kostkami, zasahuje do aritmetiky a silně přispívá k rozvoji prostorové představivosti.

Mateřská škola

Děti nejdříve staví podle fantazie hradby, domy, ohrady, schody, věže, ... Zkušenosti rukou pomáhají rozvíjet **prostorovou představivost** dítěte. Rodič může pomáhat dítěti tím, že o jeho stavby jeví zájem a v komunikaci a komentářích činností upřesňuje jeho slovník. Dítě mluví o rohu krychle a my, aniž bychom dítě opravovali, používáme termín vrchol. Dítě řekne: „Tady to položím na toto.“ My můžeme jeho činnost komentovat: „Vidím, že jsi přiložil(a) stěnu na stěnu.“ Již nyní se také rozvíjí i argumentační schopnosti dětí. Jazyk, který dítě používá k popisu stavby, odráží jeho vlastní zkušenosti a představy, proto dítě vysvětluje a obhajuje své pojmenování a vyjasňuje si popisy druhých dětí. Dítě rozvíjí své **komunikační dovednosti** v zájmu dorozumět se.

Z různých staveb, které děti tvoří, se omezíme na ty, které vznikly přikládáním stejně velkých krychlí vždy celou stěnou na celou stěnu. Nazveme je **krychlové stavby**. Stavba na obrázku tedy v našem smyslu krychlovou stavbou není, neboť dolní stěna modré krychle se s horní stěnou červené i bílé krychle překrývá jen částečně.



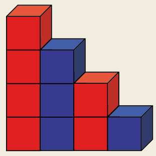
Od volné tvorby přecházíme ke kopírování. Děti s radostí a spontánně kopírují stavbu kamaráda. Často dochází mezi dětmi ke spolupráci a komunikaci o tom, kam kterou kostičku přiložit. Je patrné, že pohled dítěte na stavbu je již hlubší, všímá si detailů, např. počtu krychlí, jejich uspořádání, počtu podlaží apod. Zde se začínají rodit budoucí pojmy jako **objem, výška tělesa, povrch, ...**

Hra na schovávanou rozvíjí **krátkodobou prostorovou paměť** a připravuje budoucí pojem shodnost těles. Krychlová stavba je někde ukryta. Dítě ji najde, zapamatuje si ji a postaví u sebe na koberci. Pak se schovaná stavba „přijde podívat“ na své dvojče.
Reakce dětí při porovnávání staveb ať již shodných, nebo zrcadlově souměrných, nebo jinak pozměněných bývají spontánní, radostné a nabité diskusemi.

1. a 2. ročník

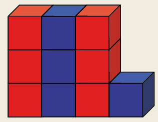
Úloha 1. Stavbu na obrázku nazveme 4stupňové schodiště. Postav ji.

Kolik krychlí na stavbu potřebuješ? Kterých je více, modrých nebo červených?



Mnoho dětí počítá po jedné. Objevují se i řešení 1+2+3+4=10, nebo: modré 1+3 a červené 2+4, celkem 10. Děti, které upozorní na to, že tam mohou být i krychle schované, které nejsou na obrázku vidět, má vyspělé geometrické myšlení – schopnost v mysli pracovat s objekty, které v daný okamžik nevnímá zrakem. Děti také získávají zkušenosti s lichými (modré) a sudými (červené) čísly a s rytmem.

Otázku: „Kterých krychlí je ve schodišti více?“ vyřešila jedna dívka tak, že přemístila nejvyšší červenou krychli a vytvořila stavbu jako na obrázku. Bez počítání odpověděla, že červených krychlí je o 2 více. Vidíme, že prostor pro různé argumentace dětí je překvapivě velký.



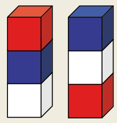
Další úlohou podpoříme vnímání rytmu a posloupnosti čísel.

Úloha 2. Přidej jednu věž a vytvoř 5stupňové (6stupňové, 7stupňové) schodiště.

Jak může dítě postupovat, má-li před sebou tento úkol? Některé děti dodrží rytmus barev a přistaví věž z pěti modrých krychlí a pak odpoví, jiné dříve odpoví, než postaví, některé vůbec nepostaví a řeší úlohu jen v představách.

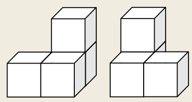
Následující úlohou rozvíjíme **kombinatorické myšlení**.

Úloha 3. Na obrázku jsou dvě různé věže ze tří krychlí – červené, modré a bílé. Kolik dalších různých věží z těchto tří krychlí můžeš postavit?

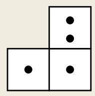


Úloha 4. Obyvatelé planety Krychlov žijí v krychlových stavbách postavených právě ze čtyř krychlí. Kolik nejvíce může být v Krychlově domů, když žádné dva nejsou stejné?

Úloha propojuje geometrii a kombinatoriku a při nedostatku krychlí vyvolává potřebu nějakého záznamu. Obvykle děti diskutují o tom, které stavby jsou stejné (shodné) a zda jsou například dvě stavby na obrázku stejné, nebo různé. Radka tvrdí, že jsou stejné, protože když se jedna z nich podívá do zrcadla, vidí se, jako by byla ta druhá. Šimon oponuje. Říká, že levá bota je jiná než pravá bota. Konečné rozhodnutí necháme na dětech. Někdy na druhém stupni dojdou k tomu, že jsou to nepřímo shodná tělesa.

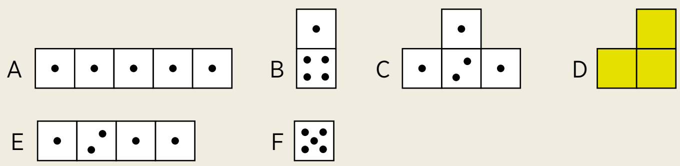


Návrhy dětí na záznamy staveb se postupně vyvíjí s cílem, aby všechny děti záznamu rozuměly a uměly jej vytvořit. Po čase se objeví záznam, který je pro všechny přijatelný. Stavbu znázorníme takto: Nakreslíme, jak ji vidíme shora, a počtem puntíků v jednom čtverci vyjádříme počet krychlí nad sebou. Dostáváme **plán krychlové stavby**. Na obrázku je plán levé stavby z obrázku u úlohy 4.



3. a 4. ročník

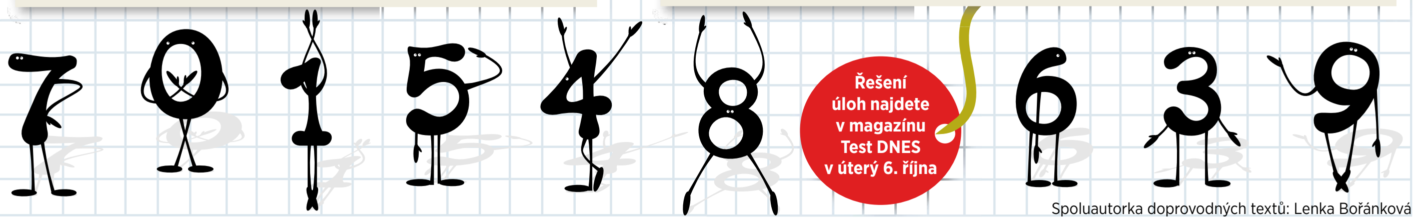
Úloha 5. Gábina postavila z krychlí „vláček“ (obr. A). Přeložila jednu krychli na jiné místo a novou stavbu zapsala plánem. Pak přeložila další krychli a vzniklou stavbu opět zapsala plánem. To opakovala ještě třikrát. Nakonec před ní stála věž (obr. F). Plány staveb, které Gábina zapsala, jsou na obrázcích A, B, C, D, E, F, ale v jiném pořadí. Navíc z plánu D jsou vymazány tečky. Najdi pořadí plánů a doplň tečky do plánu D.



5. a 6. ročník

Pracujeme s **objemem** krychlových staveb a zkoumáme **povrch**. Jednotkou objemu je 1 krychle, jednotkou obsahu je 1 čtverec, který je stěnou krychle. Tak např. 4stupňové schodiště z úlohy 1 má objem 10 krychlí a povrch 36 čtverců.

Úloha 6. Jaký největší a jaký nejmenší povrch má krychlová stavba s objemem:
a) 4 krychle
b) 8 krychlí
c) 27 krychlí?



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 6. října

Spoluautorka doprovodných textů: Lenka Bořánková

Matematika

Jak učit děti s radostí

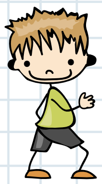
20. díl

Anna Sukniak

členka týmu H-mat, spoluautorka učebnic pro 2. st., učí na ZŠ Cesta k úspěchu, Praha 6

V posledním pokračování seriálu je čas na shrnutí. Každé z prostředí, které jsme představili (i mnohá, která jsme nepředstavili), zasahuje do několika matematických oblastí. Například Krokování obsahuje práci se zápornými čísly, práci se závorkou, soustavy rovnic i pojem absolutní hodnoty. Na druhé straně každá matematická oblast je přítomna v několika prostředích. Například rovnice najdeme nejen v Krokování, ale i u Dědy Lesoně, Myslím si číslo i Součtových trojúhelníků. Díky tomuto prolínání prostředí a matematických pojmů a vztahů si dítě vytváří kvalitní dlouhodobou představu o matematice. Nejdůležitější však není poznání, které dítě získá, ale jeho radost z úspěšného intelektuálního rozvoje. K tomu dochází díky trpělivosti rodiče a učitele, kteří plně respektují myšlenkovou samostatnost dítěte. Poslední díl seriálu je věnován dělitelnosti. Je to prostředí vhodné pro použití jazyka algebry a pro získávání zkušeností v nejdůležitější činnosti matematiky – v dokazování. Zde jsme se zaměřili hlavně na propojení dělitelnosti na rytmus. Dělitelnost poznává žák i v prostředí Součtových trojúhelníků, Násobilkových čtverců, Mříže a v dalších.

Rytmus a dělitelnost



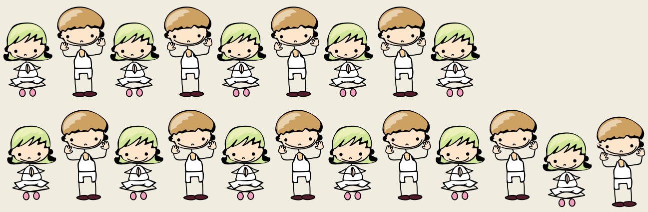
Mateřská škola

Dítě v předškolním věku ví, že při chůzi pravidelně střídá nohy. Bude-li své kroky počítat, získává zkušenost s pojmy sudé a liché číslo.

S dělitelností získává dítě zkušenosti, když spravedlivě dělí třeba lentilky mezi sebe a dva kamarády.

1. a 2. ročník

V prvním díle jsme pracovali s rytmem v čase. V obrázku níže je rytmus vizuální, mimočasový. Vztahují se k němu úlohy 1 až 4.



Úloha 1. Je v horní řadě více dívek, nebo hochů? Umíš to zjistit bez počítání? Stejnou úlohu řeš pro dolní řadu.

Úloha 2. Dívky a hoši utvořili kruh, ve kterém se pravidelně střídá hoch a dívka. Víme, že dívek je v kruhu 8. Kolik je v kruhu všech dětí?

Úloha 3. Figurky v horním řádku obrázku vybarvi pravidelně: první červeně, druhou modře, třetí žlutě, čtvrtou opět červeně, pátou modře atd. Zjisti, zda na obrázku bude více červených hochů, nebo žlutých dívek. Stejnou úlohu vyřeš i pro dolní řádek obrázku.

Úloha 4. Nakresli stejnou řadu jako v předchozí úloze, ale delší. Tvoje řada bude mít 20 figurek. Kolik je na tomto obrázku červených dívek? Na kterém místě v řadě stojí? O kolik figurek musíme řadu prodloužit, aby v ní bylo stejně červených dívek jako žlutých hochů?

V obrázcích s nimiž žák pracuje, máme dva rytmy. Rytmus figurek D a H a rytmus barev **červená, modrá, žlutá**. Zkušenosti s prolínáním rytmu dvojkového a trojkového využije žák v šestém ročníku při zavádění náročného pojmu **nejmenší společný násobek**.

Ve školní matematice se pojem **ciferný součet** zavádí v souvislosti s dělitelností. Je však dobré začít s jeho zavedením už dříve. Trojmístné číslo 312 má ciferný součet 3 + 1 + 2 = 6. To zapíšeme CS(312) = 6.

Úloha 5. Vypište všechna trojciferná čísla, jejichž ciferný součet je: **a)** 4; **b)** 6. Kolik těch čísel je?

3. a 4. ročník

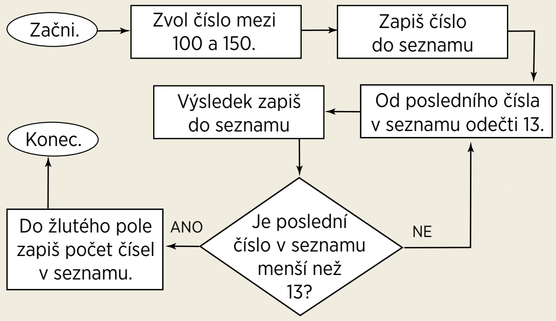
Hrajeme ve třídě hru „tleskni-dupni". Učitelka pomalu počítá: „Jedna, dvě, tři, čtyři,..." Na každé sudé číslo dívky tlesknou, na každé třetí číslo (3, 6, 9,...) hoši dupnou. Učitelka dopočítala do 19.

Úloha 6. Kolik zaznělo **a)** tlesknutí; **b)** dupnutí; **c)** současně dupnutí i tlesknutí?

Opět se zde prolínají dva rytmy – dvojkový a trojkový, tentokráte ne vizuálně, ale v čase. K této hře lze tvořit náročnější úlohy.

Úloha 7. Do kolika musíme počítat, aby tlesknutí bylo **a)** 9; **b)** o 5 více než dupnutí?

U dělení se zbytkem nacházíme podíl i zbytek. Například při dělení 76 : 5 je podíl 15 a zbytek 1. Zapisujeme to 75 : 5 = 15 (1). Podíl i zbytek můžeme zjistit opakovaným odčítáním. K tomu žáka dovede vývojový diagram:



Úloha 8. Veronika zvolila číslo 147. Zapsala jej do seznamu. Veronika odečetla 147 – 13 = 134. Do seznamu za číslo 147 zapsala 134. Protože to není menší než 13, opět odečetla 13 a dostala 134 – 13 = 121. To zapsala jako třetí číslo seznamu. Pokračovala až do konce. Dopiš celý seznam Veroniky.
Seznam: 147, 134, 121, ___________________

Úloha 9. Víme, že 147 : 13 = 11 (4). Zjisti, kde v záznamu Veroniky je možné najít podíl 11 a zbytek 4.

Úloha 10. Doplň chybějící čísla do dělení se zbytkem.
a) 22 : 5 = ___ (__)
b) 14 : ___ = 3 (__)
c) ___ : 6 = 5 (1)
d) 17 : ___ = ___ (2)

5. a 6. ročník

Následující série úloh ukazuje, jak lze žáka dovést k objevu rovnosti: zbytek při dělení $n:3$ je stejný jako zbytek při dělení CS(n) : 3. Tři dále uvedené úlohy jsou ilustrací výrazně většího počtu úloh, které bude žák řešit.

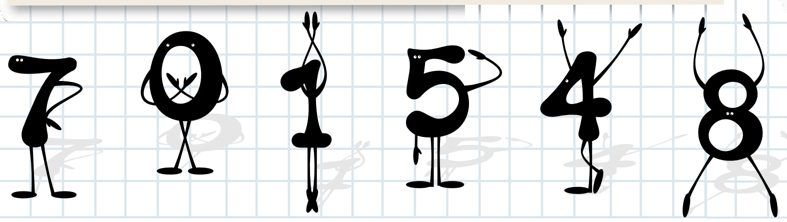
Úloha 11. Z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sestavte co nejvíce dvoumístných čísel dělitelných číslem 3.

Úloha 12. Doplňte scházející číslici tak, aby číslo bylo dělitelné 3:
a) 24∗; **b)** 2∗4; **c)** ∗24.

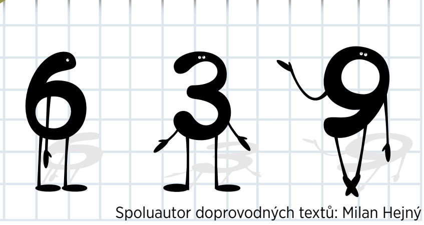
Úloha 13. Zjistěte, zda je pravdivé tvrzení:
A. Součet tří po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný 3.
B. Součet čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný 3.
C. Jestliže je číslo n dělitelné 3, pak součet čísel n, $n+1$, $n+2$ a $n+3$ je dělitelný 3.

Učitel si zahraje na kouzelníka. Řekne: „Napište trojmístné číslo ABC takové, že A > C. Rozdíl ABC – CBA vydělte číslem 11 a tento podíl vydělte ještě číslem 3. Výsledek si zapište. Řekněte mi číslo ABC a já vám do tří vteřin, řeknu váš výsledek."
Kuba si myslel číslo 834. Počítal 834 – 438 = 396. Pak 396 : 11 = 36. Konečně 36 : 3 = 12. Kuba řekl učiteli číslo 834 a ten ihned řekl výsledek „dvanáct".

Úloha 14. a) Dokažte, že číslo AB – BA (A > B) je dělitelné 3.
b) Dokažte, že číslo ABC – CBA (A > C) je dělitelné 3.
c) Dokažte, že číslo AB0 – A – B je dělitelné 3.
d) Dokažte, že číslo ABC – (A + B + C) je dělitelné 3.



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 6. října



Spoluautor doprovodných textů: Milan Hejný

KROKOVÁNÍ 1. díl

Úloha 1. a) → b) ← ← c) → → → → d) ←

Úloha 2. a) → → → → → ČV → → → ČV = → →

b) → → → → → → → ČV → → → → ← ← ČV → → → = → → → → → → → →

c) → → ČV → → → → ← ← ← ČV = → → → ← ←

d) → → → → ČV → → → → → ← ← ← ČV = → →

e) → → → → → → ČV → → → → → → → ČV → → → → → → → → ← ← ← ČV ← ← ← ← ČV → = → → → → → → → → →

Úloha 3. x= 4, y = 1 nebo x = -1, y = -4 **Úloha 4.** x= 0, y = 3 nebo x = –1, y = 2 nebo x= –2, y = 1 nebo x = –3, y = 0 **Úloha 5.** x= 3, y = 2, z =0

AUTOBUS 2. díl

Úloha 1.

a) Celkem jelo autobusem 8 cestujících.

b) Nejvíce lidí bylo v autobuse při jízdě od umyvadla k oknu a od okna ke skříni.

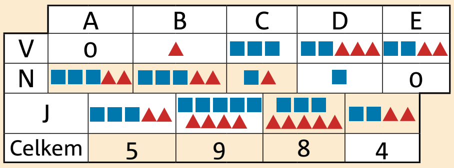
c) Nejvíce lidí ubylo z autobusu u skříně.

vystoupili		/	//	///	//
nastoupili	//	///	//	/	
jeli	//	////	////	//	

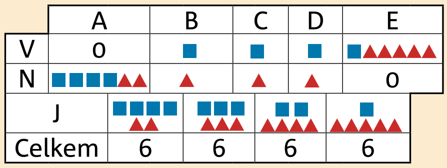
Úloha 2. Na zastávce B nastoupilo do autobusu 2x více lidí, než z něj vystoupilo. Totéž na zastávce D.

	A	B	C	D	E
V	0	2	4	3	13
N	7	4	5	6	0
J	7	9	10	13	

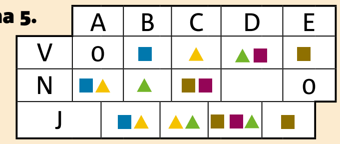
Úloha 3.
Na zastávce B nevystoupil žádný ■.
Nastoupily zde 3 ▲.
Na zastávce C nevystoupila žádná ▲.
Nastoupili zde 1 ■.



Úloha 4.

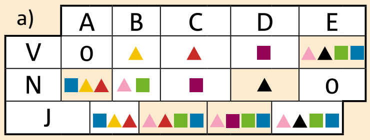


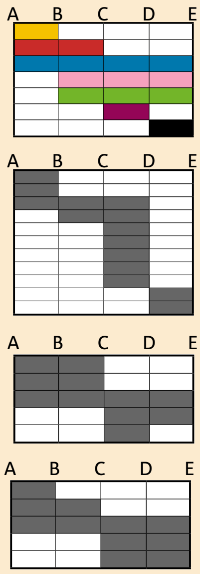
Úloha 5.



Úloha 6.

a)





b)

	A	B	C	D	E
V	0	2	0	7	2
N	3	1	5	2	0
J	3	2	7	2	

Úloha 7.

1. řeš.

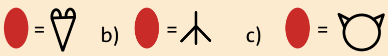
	A	B	C	D	E
V	0	0	2	1	2
N	3	0	2	0	0
J	3	3	3	2	

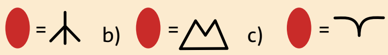
2. řeš.

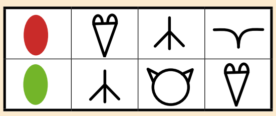
	A	B	C	D	E
V	0	1	1	0	3
N	3	0	2	0	0
J	3	2	3	3	

ZVÍŘÁTKA DĚDY LESONĚ 3. díl

Úloha 1. V prostředním sloupci jsou vždy družstva stejně silná. Pravý sloupec: dvě kočky jsou silnější než tři myši; stejně silná družstva.

Úloha 2. 

Úloha 3. 

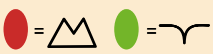
Úloha 5. a) 

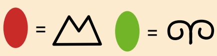
V číslech x +2y = 7

x	1	3	5
y	3	2	1

b) , v číslech 3x + 2y =8; x = 2 a y = 1

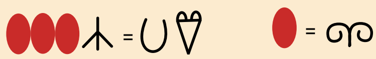
Úloha 4. a 6. Řešení bylo součástí textu.

Úloha 7. a)  1 + x = y a 2x + y + 6; x = 4 a y = 5;

b)  x + y = 10 a 2x= y + 2; x = 4 a y = 6;

c)  3x + y = 20 a 2y + 3 = x + 1; x = 6 a y = 2

Úloha 8. a) 3 koule a 1kg závaží na levé misce a 10kg závaží na pravé misce; hmotnost koule je 3kg; b) 4 koule a 4kg závaží na levé misce a 20kg závaží na pravé misce; hmotnost koule je 4kg.

Úloha 9. a) 

b) 3 koule a 3kg závaží na levé misce a 20kg a 1kg závaží na pravé misce. Řešení: koule má hmotnost 6 kg.

SLOVNÍ ÚLOHY 4. díl

1. Postavím komín ze 4 krychlí. **2.** Ivo má 3 kostky, Eva 2. Dohromady mají 5 kostek. Více kostek má Ivo. **3.** Goran má pětikorunu a dvoukorunu, Petr má dvě dvoukoruny a korunu. **4.** Janě budou 2 roky a všem třem sourozencům bude dohromady 9 let. **5.** Rukavice stály v květnu 75 Kč. **6.** V únoru stály rukavice 160 Kč. **7.** V lednu stály rukavice 240 Kč. /x – (½ · x) – ½ (½ · x) = 60/ **8.** Adamovi je 11 let. **9.** Maminka váží 55, 5 kg. **10.** a) Litr vody odteče za 50 minut, b) Za 5 dnů odteče 144 litrů vody. **11.** a) Konečná cena bundy je 2048 Kč. b) Původní cena bundy byla 3 750 Kč.

SOUČTOVÉ TROJÚHELNÍKY 5. díl

Úloha 2.

4 1 3 2
5 4 5
9 9
18

Úloha 3.

6 1 4
7 5
12

Úloha 4. Pokud dosazujeme jen kladná celá čísla nebo nulu, je číslo v prostředním poli horního řádku jedno z čísel 5, 4, 3, 2, 1, 0.

5 5 0 / 10 5 / 15
6 4 1
7 3 2
8 2 3
9 1 4
10 0 5

Úloha 5.

12 5 11
12 10 11
12 15 11

Úloha 6.

5 2 9
2 2 1

Úloha 7.

1 5 0 nebo 0 5 1

Úloha 8.

2 0 7

Úloha 9. Záludná úloha, která nemá řešení. Označme čísla horního řádku a, b, c. Pak součet čísel v modrých polích je $a + (b + c)$ a součet čísel v zelených polích je $(a + b) + c$. Je jasné, že oba součty jsou stejné.

HADI 6. díl

Úloha 1.

$3 \xrightarrow{5} 8 \xleftarrow{2} 6$

Úloha 2.

$3 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{6} 10$

3 + 6 = 9

Úloha 3.

$8 \xleftarrow{5} 3 \xrightarrow{5} 8$

8 + 8 = 16

Úloha 4.

$2 \xrightarrow{\cdot 2} 4 \xrightarrow{+5} 9$

Úloha 5. Lze si připravit a nadepsat jednotlivé stavy (leden, mezičas, duben) a postup zlevňování zapsat:

leden 1 200 $\xrightarrow{\cdot \frac{2}{3}}$ mezičas 800 $\xrightarrow{-100}$ duben 700

Výpočet:
$(700 + 100) \cdot \frac{3}{2} = 1\,200$
Jdu-li proti směru šipky, musím použít opačnou operaci, takže přičtu 100 a násobím $\frac{3}{2}$.

Úloha 7.

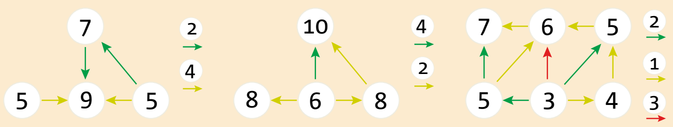
$x \xrightarrow{-1} \bigcirc \xrightarrow{\cdot 2} y$

Úloha 6.

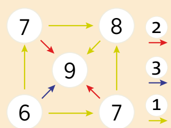
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	21	31	100	101	176
y	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	40	60	198	200	350

PAVUČINY 7. díl

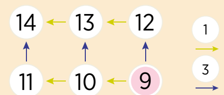
Úloha 2.



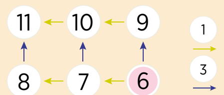
Úloha 3.



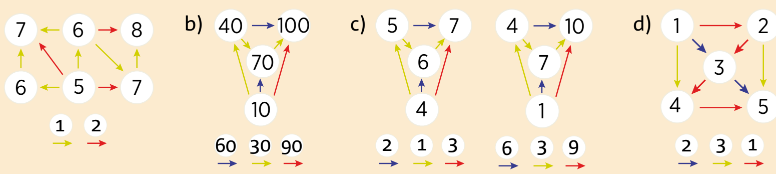
Úloha 5. a)



b) i c)



Úloha 4. a) b) c) d)



MYSLÍM SI ČÍSLO 8. díl

Úloha 6. Myšlené číslo je 4.
Úloha 7. Myšlené číslo je 12.
Úloha 9. Myšlené číslo je 28.
Úloha 10. Myšlené číslo je 3.
Úloha 12. Myšlená čísla jsou 2 a 5.

AUTOBUS 2. díl

V minulém magazínu Test jsme u 2. dílu seriálu Matematika, která baví, chybně uvedli řešení úlohy pro 3. a 4. ročník. Správné řešení je:

Úloha 3. Na zastávce B nevystoupil žádný ■. Nastoupily zde 2 ▲.
Na zastávce C nevystoupila žádná ▲. Nastoupili zde 1 ■.

	A	B	C	D	E
V	0	▲	■■■	■■▲▲▲	■■▲▲
N	■■▲▲▲	■■■▲▲	■▲	■	0

J	■■▲▲▲	■■■■■ ▲▲▲▲	■■■ ▲▲▲▲▲	■■▲▲
Celkem	5	9	8	4

ZLOMKY 9. díl

Úloha 1. a) modrá 10 cm, červená 5 cm b) modrá 30 cm, červená 15 cm c) modrá 36 cm, červená 18 cm.

Úloha 2. a) celá tyč 40 cm, modrá 10 cm b) celá tyč 80 cm, modrá 20 cm c) celá tyč 60 cm, modrá 15 cm d) celá tyč 28 cm, modrá 7 cm e) celá tyč 56 cm, modrá 14 cm f) celá tyč 84 cm, modrá 21 cm

Úloha 3. Řešení bylo součástí textu.

Úloha 4. a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{2}{9}$

Úloha 5. Modrý obdélník zabírá $\frac{3}{16}$.

Úloha 6. a) $\frac{1}{2}$ je 30 minut a $\frac{1}{6}$ je 10 minut = 40 minut, což je $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{5}$ je 24 minut a $\frac{1}{2}$ je 30 minut = 54 minut, což je $\frac{54}{60} = \frac{9}{10}$

Úloha 7. Seřazená čísla: $0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1$

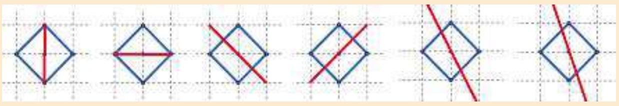
a) mezi 0 a $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$ e) $0{,}5 = \frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{3}$

g) $\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{6}$ h) $\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{6}$ i) $\frac{5}{6}$ a 1 j) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ k) $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$

Zdroj: MF Dnes

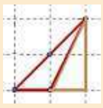
GEOBOARD A MŘÍŽ — 10. díl

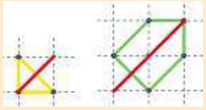
Úloha 2. Modrý čtverec lze rozdělit na dvě shodné části mnoha způsoby. Na první čtyři děti z 1. – 2. ročníku přijdou, na další dva i mnohé neuvedené přijdou až později, možná až na druhém stupni.



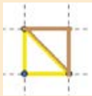
Úloha 6. a) 4Δ, b) 5Δ.

Úloha 4.





Úloha 3.



Úloha 7. Šipkové zápisy jsou zápisy těchto obrazců: pětiúhelník, červený trojúhelník, žlutý trojúhelník. Chybějící zápis čtverce je •→↑•↑←•←↓•↓→•.

Úloha 8. Žlutý trojúhelník, S = ½ □; modrý čtverec, S = 2 □; červený trojúhelník, S = 1 □; zelený pětiúhelník, S = 2 ½ □.

Úloha 10. a) A→↑B↑←C←↓D↓→A; S_{ABCD} = 2 □;
b) A→→↑B↑↑←C←←↓D↓↓→A; S_{ABCD} = 5 □;
c) A→→→↑B↑↑↑←C←←←↓D↓↓↓→A; S_{ABCD} = 10 □
d) V zápise znamenají tři tečky, že šipek doprava bude libovolně. To můžeme zapsat pomocí n, což znamená jakékoliv přirozené číslo. Obrázek již nakreslit neumíme, ale šipkový zápis zapsat umíme. n šipek doprava zapíšeme takto $\overset{n}{\to}$. Obdobně zapíšeme n šipek nahoru, doleva a dolů.

$A \overset{n}{\to} \overset{1}{\uparrow} B \overset{n}{\uparrow} \overset{1}{\leftarrow} C \overset{n}{\leftarrow} \overset{1}{\downarrow} D \overset{n}{\downarrow} \overset{1}{\to} A;$ $S_{ABCD} = (n^2+1)$ □

MINCE — 11. díl

ÚLOHA 1. Ten, kdo má dvě dvoukorunové mince.

ÚLOHA 3. Jeden dostane tři dvoukorunové mince, druhý dostane jednu korunu a jednu pětikorunu a třetí dostane jednu korunu a jednu pětikorunu.

ÚLOHA 4. Květa má tři pětikorunové mince, Šárka má sedm dvoukorunových mincí a ještě od Květy dostala jednu korunu.

Úloha 5. a) 10 + 10 + 5, b) 20 + 2 + 2 +1, c) jedno řešení 10 + 10 + 2 + 2 + 1, druhé řešení: 5 + 5 +5 + 5 +5

ÚLOHA 6. Ano, Radim má pravdu, 3,60+3,70=7,30; po zaokrouhlení 7 Kč.

ÚLOHA 7. Aleš dostane 50 Kč a vrátí ze svého 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč, Cyril dostane 50 Kč a vrátí ze svého 20 Kč a od Borise dostane ještě 1 Kč, 1 Kč, 1 Kč, Boris dostane 20 Kč, 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč. Tak všichni ke svému obnosu obdrželi 33 Kč.

ÚLOHA 8. Dana má 20 Kč, 20 Kč, 5 Kč, 2 Kč, 1 Kč. Eva má 20 Kč, 5 Kč, 2 Kč.

ÚLOHA 9. a) Tomáš má jednu pětikorunu a 1 Kč, Ondřej má tři dvoukorunové mince, b) Tomáš má sedm pětikorun a 1 Kč, Ondřej má osmnáct dvoukorun, c) Tomáš má dvacet sedm pětikorun a 1 Kč, Ondřej má šedesát osm dvoukorun.

NÁSOBILKOVÉ ČTVERCE — 12. díl

Úloha 2.

2	8	4		2	10	5		2	10	5
6		12		10		5		4		5
3	9	3		5	5	1		2	2	1

Úloha 3.

Oprava: Ve 12. díle vyšlo, že spoluautorkou úloh byla Anna Sukniak, správně měla být uvedena Kateřina Eichlerová. Za chybu se omlouváme.

1	6	6		2	6	3
6		6		6		6
6	6	1		3	6	2

3	6	2		6	6	1
6		6		6		6
2	6	3		1	6	6

Úloha 4.

2	18	9		6	18	3		18	18	1		6	18	3		2	18	9
6		81		6		81		54		27		54		27		54		27
3	27	9		1	27	27		3	81	27		9	81	9		27	81	3

Úloha 5. a) 2, b) 3, c) 4, d) 6, e) 9, f) 17
číslo v modrém polí = součet středových čísel : 3 - 1.

Úloha 6 a 7.

číslo v modrém poli	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	25	50
součet středových čísel	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	84	104	204

Úloha 8.
Musí platit, že (b+d) = 4, a to je možné 5 způsoby:
b = 0, d = 4;
b = 1, d = 3;
b = 2, d = 2; (Úloha 6)
b = 3, d = 1; (Úloha 7)
b = 4, d = 0.

Úloha 9.

a)

	4				4				4	
1		4		2		2		4		1
	1				1				1	

b)

	20				20				20	
1		20		2		10		4		5
	1				1				1	

	20				20				20	
20		1		10		2		5		4
	1				1				1	

Úloha 10. a)

	5				5				5	
1		20		2		10		4		5
	4				4				4	

	5				5				5	
5		4		10		2		20		1
	4				4				4	

Úloha 11.
E·G=H·F tedy *H=E.G:F*

Úloha 12.
Pro kontrolu uvádíme počet řešení jednotlivých úloh: a) 3 řešení; b) 4 řešení; c) 5 řešení; d) 6 řešení; e) 5 řešení; f) 66 řešení; g) 192 řešení.
E=a·b; F=b·c; G=c·d; H=d·a tedy E+F+G+H= a·b+b·c+c·d+d·a což je po úpravách *(a+b)·(b+d)*. Jinak řečeno, když sečteme rohové číslo *a* s číslem *c* a rohové číslo *b* s číslem *d* a tyto součty vynásobíme, dostaneme součet středových čísel *E+F+G+H*.

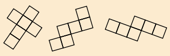
Úloha 10. b)

F	1	2	3	4	6	8	9	12	16	18	24	27	36	54	72	108	144	216	432
H	432	216	144	108	72	54	48	36	27	24	18	16	12	8	6	4	3	2	1

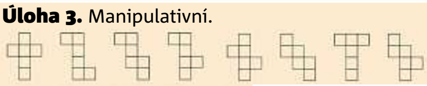
SÍTĚ KRYCHLE — 13. díl

Úloha 1. Manipulativní.

Úloha 2. Střihy na šaty jsou:



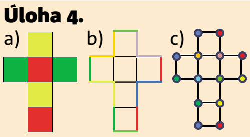
Úloha 3. Manipulativní.



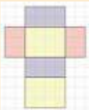
Úloha 5. Všechny možné sítě krychle, viz Úloha 3

Úloha 4.

a) b) c)



Úloha 6. Např.



STOVKOVÁ TABULKA

Úloha 1. 2, 4, 8, 12, 22, 26, 30.

Úloha 2.

	Pátek 11	
Čtvrtek 17	Pátek 18	Sobota 19
	Pátek 25	

Úloha 3. Součet dvojice čísel vedle sebe je vždy lichý. Součet dvojice čísel pod sebou je vždy sudý.

Úloha 4. Tři řešení: 1) 24→→↓, součet 111, zaokrouhleno 110; 2) 24→↓→, součet 120, zaokrouhleno 120; 3) 24↓→→, součet 129, zaokrouhleno 129.

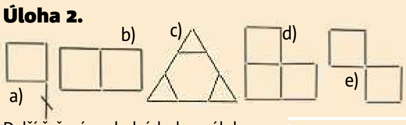
Úloha 5. Žáci po několika pokusech zjistí, že $S(n↓) – S(n↑)$ = 20 pro libovolné n. Jak to dokázat? Protože $S(n↓) = n + (n + 10)$ a $S(n↑) = n + (n – 10)$, pak rozdíl $S(n↓) – S(n↑) = [n + (n + 10)] – [n + (n – 10)] = 20$. Pokud se budu pohybovat v tabulce, pak se n, které je na začátku součtu obou cest, navzájem odečte a pak od čísla, které je o deset větší než n, odčítám číslo, které je o deset menší než n, rozdíl tedy musí být 20.

Úloha 6. a) $S(n→↑) = n + n + 1 + n – 10 = 3·n – 9$, a jelikož $3·n$ je vždy dělitelné 3 a 9 je dělitelné 3, je i jejich rozdíl vždy dělitelný třemi.

b) $S(n→↓) = n + n + 1 + n + 10 = 3·n + 11$, a jelikož $3·n$ je vždy dělitelný třemi, muselo by být i číslo 11 dělitelné 3, aby součet byl dělitelný 3. To ale neplatí, pak tedy celý součet není nikdy dělitelný 3.

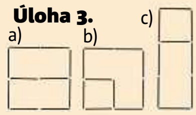
DŘÍVKA, ALGEBROGRAMY — 14. díl

Úloha 2.



Další řešení posledních dvou úloh s odebíráním dřívek vzniknou otočením tvaru, případně v osové souměrnosti.

Úloha 3.



Dřívka děti mohou vložit i do jiné pozice, vznikne otočený útvar.

Úloha 4.
a) A = 3; b) B = 5; c) C = 2; d) D = 5; e) E = 3; f) A = 2; g) B = 3; h) C = 4.

Úloha 5. a) A = 1, B = 9, C = 0; b) A = 9, B = 1, C = 0; c) tři řešení: A = 1, B = 2, C = 4; A = 2, B = 4, C = 8; A = 2, B = 5, C = 0; d) čtyři řešení: A = 4, B = 5, C = 0; A = 5, B = 6, C =2; A = 6, B = 7, C = 4; A = 7, B = 8, C = 6.

Úloha 6. a) dvě řešení A = 2, B = 4; A = 3, B = 9; b) C = 4, D = 8; c) dvě řešení E = 4, D = 2; E = 5, D = 3.

Úloha 7. a) A = 1, B = 5; b) A = 2, B = 5; c) čtyři řešení A = 1, B = 2; A = 2, B = 4; A = 3, B = 6; A = 4, B = 8; d) A = 3, B = 5; e) A = 4, B = 5.

Úloha 8. a) A = 2, B = 8; b) A = 4, B = 8; c) dvě řešení A = 2, B = 4; A = 3, B = 9; d) tři řešení A = 1, B = 2, C = 5; A = 2, B = 1, C = 6; A = 7, B = 2, C = 9; e) A = 3, B = 4, C = 7; f) A = 2, B = 5, C =6; g) A = 7, B = 6.

Úloha 9. a) A = 3; b) A = 1, B = 2; c) sedm řešení A = 2, B = 3, C = 1; A = 3, B = 4, C = 1; A = 4, B = 5, C = 1; A = 5, B = 6, C = 1; A = 6, B = 7, C = 1; A = 7, B = 8, C = 1; A = 8, B = 9, C = 1.

Úloha 10. a) K = 2, L = 4; b) K = 1, L = 9.

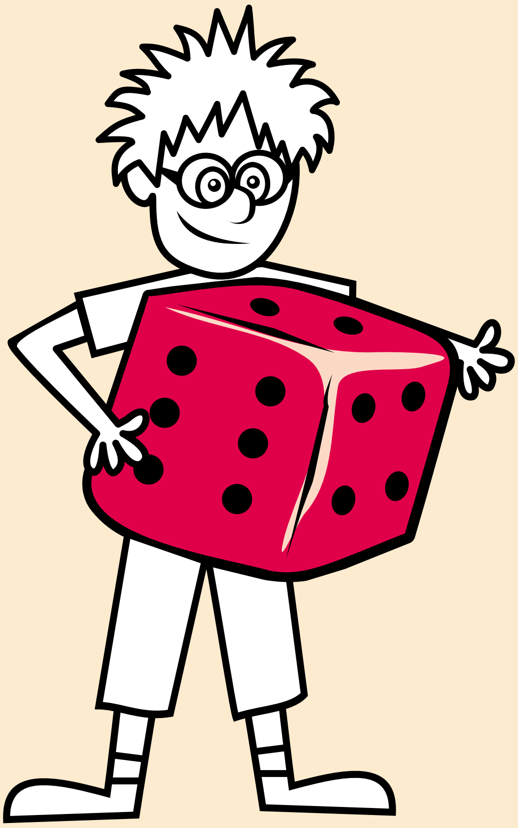
Úloha 11. a) dvě řešení A = 5, B = 7; A = 7, B = 5; b) dvě řešení C = 4, D = 9; C = 9, D = 4; c) E = 8, F = 4; d) nemá řešení.

Úloha 12. n = 2 A = 1, B = 9; n = 3 A = 2, B = 9; n = 4 tři řešení A = 1, B = 3; A = 2, B = 6; A = 3, B = 9; n = 5 A = 4, B = 9; n = 6 A = 5, B = 9; n = 7 A = 6, B = 9; n = 8 A = 7, B = 9; n = 9 A = 8, B = 9.

Úloha 13.
a) $\frac{1}{2}=0{,}5$ $\frac{2}{4}=0{,}5$ $\frac{4}{8}=0{,}5$ $\frac{3}{6}=0{,}5$ $\frac{1}{5}=0{,}2$ $\frac{2}{5}=0{,}4$ $\frac{3}{5}=0{,}6$ $\frac{4}{5}=0{,}8$;
b) $\frac{1}{4}=0{,}25$ $\frac{2}{8}=0{,}25$ $\frac{3}{4}=0{,}75$ $\frac{6}{8}=0{,}75$.

Zdroj: MF Dnes

KOMBINATORIKA A PRAVĚPODOBNOST 15. díl



Úloha 1.

částka	mince	způsob platby					celkem způsobů
		1	2	3	4	5	
24 Kč	2 Kč	//	7	12			3
	5 Kč	////	2	0			

Úloha 2.

částka	mince	způsob platby						celkem způsobů
		1	2	3	4	5	6	
24 Kč	2 Kč	//	7	12	2	7	2	6
	5 Kč	////	2	0	2	0	0	
	10 Kč	0	0	0	1	1	2	

Úloha 3. Hledání mnoha řešení vede žáky k systematické práci. Pro zjednodušení můžeme k platbě použít třeba jen koruny, pětikoruny a dvacetikoruny. Pokud budeme opravdu uvažovat všechny české mince, existuje dokonce 394 možností, jak zaplatit 48 Kč.

Úloha 4. Sudá i lichá čísla budou padat přibližně stejně často. Náhoda to není, protože na hrací kostce je stejný počet sudých i lichých čísel.

Úloha 5. Při větším počtu házení častěji padne jiné číslo, a to přibližně dvakrát častěji, protože na hrací kostce je násobků tří dvakrát méně než čísel jiných.

Úloha 6. Vybarvené sloupce vytvoří „pyramidu" ohraničenou Gaussovou křivkou.

Úloha 7.
a) U čísla 7, případně u jeho sousedů
b) U čísel 1 a 13, protože ta padnout nemohou.
c) Nejsou, protože způsobů, jak ze dvou čísel na kostce složit sedmičku, je nejvíce (6), pak následují čísla 6 a 8; 5 a 9; 4 a 10; 3 a 11; 2 a 12, která jdou složit pouze jedním způsobem.

Úloha 8.
a) Dojdeme do ZOO.
b) Musíme hodit 1 pannu a 4 orly (nezáleží, v jakém pořadí).
d) Nejčastěji navštívíme park a zoo, protože tam vede nejvíce různých cest. Naopak na hrad nebo do kina vede cesta jediná.

PRÁCE S DATY 16. díl

Úloha 2.
a) Sova myslí na číslo 6.
b) Poslední 4. otázka je zbytečná. Bylo by možné za zbytečnou označit 3. otázku místo 4., protože odpovědi na 1., 2. a 4. otázku též jednoznačně vedou k číslu 6.

Úloha 3.
Námitku, že 3+4 a 4+3 jsou stejné součty, mohou žáci vyvrátit například tím, že součet 2 padá mnohem výjimečněji než součet 3. Součet 3 totiž dostaneme jako 1+2 nebo 2+1. Kdybychom 1+2 a 2+1 považovali za jednu možnost, padal by součet 3 stejně často jako součet 2.

Úloha 4.
a) Ve 3. třídách je 19+23+18 žáků, což je méně než 24+19+20.
b) 3. třídy chovají 10+13+9 zvířat, což je stejně jako 4. třídy (12+11+9). Nicméně 3. třídy mají méně žáků, takže jsou více chovatelské.
c) Nejméně chovatelská je 4. C, což je jediná třída, ve které je poměr **počet zvířat : počet žáků** menší než 1 : 2, přesně 9 : 20. Nejvíce chovatelská je 4. B s poměrem 11 : 19. Náročné je porovnání 4. B a 3. B.

Úloha 5.
Anetino tvrzení by bylo možné upřesnit například takto: Průměrná délka vypsaných ženských jmen je větší než průměrná délka vypsaných mužských jmen. Takové tvrzení je přesnější, ale též obtížněji srozumitelné.
V hovorovém jazyce často mluvíme nepřesně, protože spoléháme na kontext a volíme mezi přesností a srozumitelností. Diskusními úlohami tohoto typu vedeme děti k citlivosti na nepřesnosti a nuance, kterých v životě zneužívají někteří obchodníci. Na letáku se píše třeba „sleva až 40 %" a přitom jen jedno zboží je zlevněno o 40 %, zatímco sleva ostatního zboží je mnohem menší. Slůvko „až" navíc bývá zmenšeno, nebo dokonce vynecháno.

Úloha 6.
Podle pokynů vzniká seznam:
7, 15, 23, 31, 6, 14, 22, 30, 5, 13, 21, 29, 4, 12, 20, 28, 3, 11, 19, 27, 2, 10, 18, 26, 1, 9, 17, 25, 0, 8, 16, 24, 32, 7.

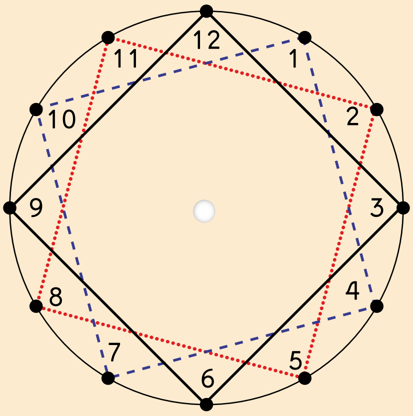
RYTMUS A DĚLITELNOST 20. díl

Úloha 1. Horní řada: více je dívek. Dolní řada: dívek i hochů je stejně.
Úloha 2. 16
Úloha 3. Horní řada: více je žlutých dívek. Dolní řada: žlutých dívek i červených hochů je stejně.
Úloha 4. Na obrázku jsou 4 červené dívky. Stojí v řadě na 1., 7., 13. a 19. místě. Řadu musíme prodloužit o čtyři figurky.
Úloha 5. a) 10 čísel (103, 112, 121, 130, 202, 211, 220, 301, 310, 400)
b) 20 čísel (105, 114, 123, 132, 141, 150, 204, 213, 231, 240, 303, 312, 321, 330, 402, 411, 420, 501, 510, 600)
Úloha 6. a) 9 b) 6 c) 3
Úloha 7. a) 18 nebo 19 b) 33
Úloha 8. 147, 134, 121, 108, 95, 82, 69, 56, 43, 30, 17, 4
Úloha 9. 11 je počet čísel v seznamu větších než 13, 4 je poslední číslo seznamu.
Úloha 10. a) 22 : 5 = 4(2); b) 14 : 4 = 3 (2);
c) 31 : 6 = 5 (1); d) 17 : 5 = 3 (2) nebo 17 : 3 = 5 (2)
Úloha 11. Jedná se o násobky čísla 3 od 12 do 99.
Úloha 12. a) 240, 243, 246, 249; b) 204, 234, 264, 294; c) 324, 624, 924
Úloha 13. A. Ano; B. Ne; C. Ano
Úloha 14. a) $AB - BA = 10A + B - 10B - A = 9A - 9B = 3\,(3A - 3B)$
b) $ABC - CBA = 100A + 10B + C - 100C - 10B - A = 99A - 99C = 3\,(33A - 33C)$
c) $AB0 - A - B = 100A + 10B - A - B = 99A - 9B = 3\,(33A - 3B)$
d) $ABC - (A + B + C) = 100A + 10B + C - A - B - C = 99A - 9B$
$= 3\,(33A - 3B)$

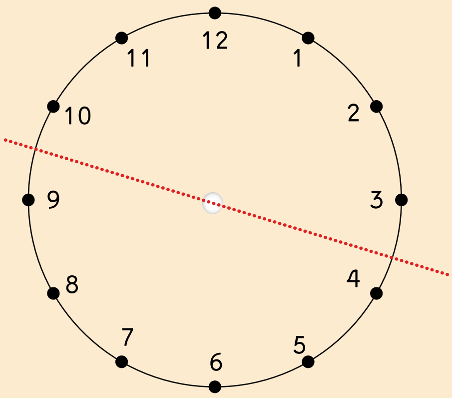
CIFERNÍK

18. díl

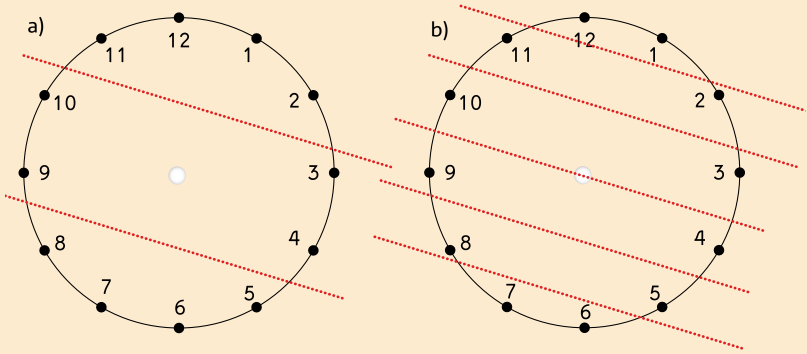
Úloha 1. a) 5 předání. b) Dítě, které je na 2. místě.
Úloha 2. Existují 3 čtverce (1, 4, 7, 10), (2, 5, 8, 11) a (3,6,9,12), jejich součty jsou 22, 26 a 30. Největší součet získáme vytvořením čtverce (3, 6, 9, 12)



Úloha 3. Rovnou čarou rozdělíme ciferník tak, že v jedné části budou čísla 10, 11, 12, 1, 2, 3, ve druhé zbylá, tedy 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Úloha 4.
a) V jedné části budou čísla 11, 12, 1, 2, ve druhé části 10, 9, 3, 4 a ve třetí 8, 7, 6 a 5.
b) V jedné části bude 12 a 1, dále 11 a 2, 10 a 3, 9 a 4, 8 a 5, 7 a 6.



Úloha 5. Správné úlohy: a), c), e), f), g). Chybné úlohy: b), d), h).
Následující chybné rovnosti lze opravit třemi způsoby – uvedeno v závorce.
b) $9+4=12$ ($9+4=1$, $9+3=12$, $8+4=12$);
d) $1-8=3$ ($1-8=5$, $1-10=3$, $11-8=3$);
h) $5\cdot5=5$ ($5\cdot5=1$, $5\cdot12=5$, $12\cdot5=5$).

Úloha 6: Varianta a) i b) má jediné řešení, a to číslo 9 ($9+7=4$; $9-3=6$). Varianta c) má dvě řešení: $2\cdot1=2$ a také $2\cdot7=2$, varianta d) má tři řešení: $3\cdot2+1=7$; $3\cdot6+1=7$; $3\cdot10+1=7$.

Úloha 7. 64 : 24 = 2 (16), tedy uběhnou dva dny a 16 hodin čili je čtvrtek 4 hodiny ráno.

Úloha 8. Každá z úloh má jediné řešení $4+7=4$, $2-3=6$, $2\cdot1=2$, $3\cdot2+1=7$

Úloha 9. n je liché

Úloha 10. a) 30°; b) 120°; c) 270°

Úloha 11. a) 10 min; b) 15 min; c) 25 min

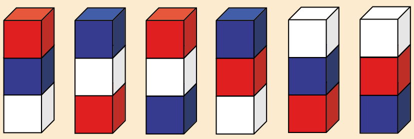
Úloha 12. a) 2 hod; b) 3 hod; c) 5 hod

Úloha 13. a) LCFI je čtverec; b) LBFH je obdélník; c) LEFK je také obdélník, všechny tři úhly jsou pravé, jedná se o Thaletovu kružnici.
d) LSB je šestina pravidelného šestiúhelníku LBDFHJ, 60°;
e) LSA je polovina úhlu LSB, tedy 30°; f) LDH je rovnostranný trojúhelník, všechny vnitřní úhly jsou třetinou přímého úhlu, což je 60°.

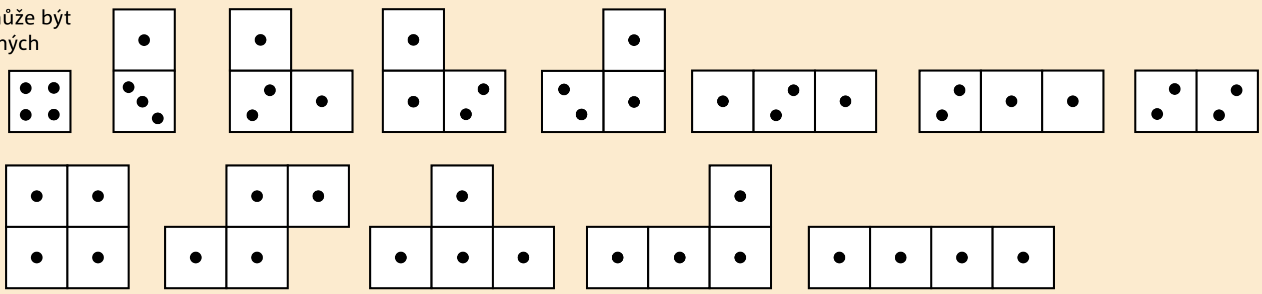
KRYCHLOVÉ STAVBY

19. díl

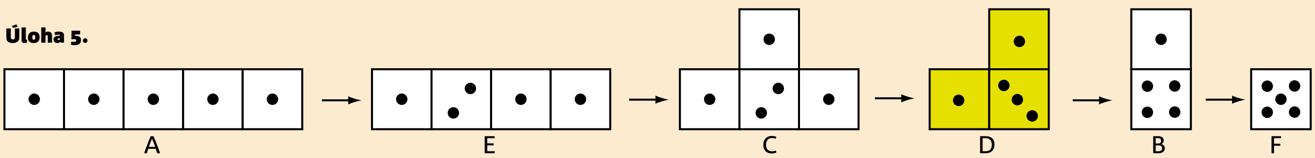
Úloha 3. Všech různých věží z daných tří krychlí je 6.



Úloha 4.
V Krychlově může být nejvíce 13 různých staveb.



Úloha 5.



Úloha 6. Představme si, jak stavba vzniká přidáváním jedné krychle. Povrch bude největší, pokud každou přidanou krychli „přilepíme“ pouze jednou stěnou k tomu, co už bylo postaveno. Může tak vzniknout mnoho rozmanitých staveb, z nichž nejjednodušší pro představu je „věž“
a) 4 x 1 x 1, b) 8 x 1 x 1, c) 27 x 1 x 1.
Jejich povrch je tvořen a) 18, b) 36, c) 110 stěnami krychlí.
Nejmenší povrch má a) hranol 2 x 2 x 1, b) krychle 2 x 2 x 2, c) krychle 3 x 3 x 3. Jejich povrch je tvořen a) 16, b) 24, c) 54 stěnami krychlí.

Nadace
Karla Janečka

Cílem nadace je najít a podpořit ty nejlepší projekty, jejichž cesta k uplatnění by byla složitá, nebo dokonce nemožná.

Hejného metodu vnímáme nejen jako skvělý nástroj pro výuku matematiky, ale také pro rozvoj osobnosti žáka. Ve vzdělávání považujeme za zásadní vnímat každého žáka jako jedinečného, rozvíjet u něj kreativitu, kritické myšlení a vnitřní motivaci. V těchto principech je Nadace Karla Janečka a Hejného výuka matematiky velmi blízká.

Karel Janeček

www.nadacekj.cz

VYCHÁZÍME **KAŽDÉ ÚTERÝ**
V **MF DNES**

O Hejného metodě

Hejného metoda je vyvíjena od 40. let 20. století, kdy Vít Hejný začal zkoumat, proč děti, které bez problémů řeší úlohy z učebnic, selhávají při řešení úloh nestandardních. Přitom by k jejich vyřešení neměly potřebovat žádné zvláštní znalosti. Po desítkách let zkoumání a ověřování poznatků vyvinul Vít Hejný spolu se svým synem Milanem metodu, která je namísto formálních znalostí vzorečků zaměřená na budování mentálních schémat. Metoda se opírá o propracovaná didaktická prostředí a roli učitele coby průvodce a moderátora diskuzí dětí nad řešením úloh. V metodě jsou cíle výchovné důležitější než cíle poznatkové, protože autoři jsou přesvědčeni, že kvalita společnosti je více určena úrovní mravní než úrovní znalostní.
Více na **www.h-mat.cz/hejneho-metoda**.

Semináře – kurzy – didaktické pomůcky

Společnost H-mat, o. p. s., **organizuje semináře**, **konference** a **vícedenní prázdninové školy pro učitele**, kteří chtějí začít učit Hejného metodou nebo prohloubit svoje znalosti o vyučování matematiky orientované na budování mentálních schémat. Dále vydává **učebnice**, **metodické příručky** a vyrábí **didaktické pomůcky** specifické pro výuku Hejného metodou. Více na **www.h-mat.cz**.

Vytvořila **H-mat, o. p. s.**
ve spolupráci s **MF Dnes**
v roce 2015.